אינטגרלים

סכום רימן: $S(f,\Pi,\{t_i\}) := \sum_i f(t_i)\Delta x_i$.

f אינטגרבילית ⟸ חסומה

קריטריון דרבו- לכל $\varepsilon>0$ קיים $\delta>0$ כך שלכל חלוקה Π עם $\lambda(\Pi)<\delta$ מתקיים $w(f,\Pi)=\overline{\sum(f,\Pi)}-\underline{\sum(f,\Pi)}<\varepsilon$

-תנאי להוכחה-תהי f:[a,b] חסומה, אז אם לכל ε קיימת חלוקה, כך שמתקיים הקריטריון, אז f אינטגרבילית.

-f רציפה / מונוטונית (אפילו למקוטעין) ⟸ אינטגרבילית.

-שינוי פונקציה במס' סופי של נקודות לא משפיע על אינטגרביליות ועל ערך האינטגרל.

-אם f,g∈R[a,b] מזדהות על קבוצה צפופה, אז $\int_a^b f=\int_a^b g$

-ע"ב- m<f<M אינט', $m(b-a)\le\int_a^b f\le M(b-a)$

$\sup|f|\,(b-a)\ge\int_a^b|f|\ge\left|\int_a^b f\right|$

-אם f רציפה, קיים x_0, $f(x_0)(b-a)=\int_a^b f$

ערך ביניים 1: f רציפה, 0≤g∈R[a,b] יש x_0- $\int_a^b fg=f(x_0)\int_a^b g$

בונה 1 -f מונוטונית, 0≤g∈R[a,b]

בונה 2 -f,g רציפות ב- [a,b]. f מונוטונית וגזירה ברציפות ב- (a,b)

אז: $\int_a^b fg=f(a)\int_a^x g+f(b)\int_x^b f$

ע"ב מוכלל-g אי שלילית, inf f<M<sup f, $\int_a^b fg=M\int_a^b g$

רציפות אינטגרל- f∈R[a,b]. אזי $F(x):=\int_a^x f$ היא רציפה על [a,b].

המשפט היסודי: f∈R[a,b] רציפה בנקודה x_0. אזי F הנ"ל גזירה ב- x_0 ו- $F'(x_0)=f(x_0)$.

קושי- מתכנס ⟺ $\forall\varepsilon.\exists B.(\forall b1,b2>B)\left|\int_{b1}^{b2}f\right|<\varepsilon$

ניוטון לייבניץ: f∈R[a,b], F קדומה של f. אזי $\int_a^b f=F(b)-F(a)$.

שארית אינטגרלית- $R(a,x)=\frac{1}{n!}\int_a^x f^{(n+1)}(t)*(x-t)^n dt$

חלקים-f,g גזירות ו-f',g' אינט. שינוי -f רציפה ו-ψ גזירה ברציפות

- מבחן אבל: f מונוטונית, חסומה וגיזרה ברציפות.

g רציפה, $\int g<\infty$ ומתכנסת

מבחן דריכלה-f מונוטונית, lim f =0 וגיזרה ברציפות ב-[a,w)

g רציפה, $|\int g|<M$ חסומה

אז $\int fg<\infty$

מבחן העיבוי- $\int f<\infty\ \Leftrightarrow\ \int f(e^t)e^t dt<\infty$

טורים

$\lim_{n\to\infty}S_n=S=\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ אם הגבול קיים – הטור מתכנס, אחרת, הטור מתבדר.

- קריטריון קושי להתכנסות טורים: הטור an מתכנס אם ורק אם:

$$\forall\varepsilon>0,\exists N,\forall n>N,\forall p\ge 2,|a_n+\dots+a_{n+p}|<\varepsilon$$

- - מבחן ההשוואה ה-2: יהיו טורים חיוביים an ו bn.

אם 0<k<∞ $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=k$ אזי שני הטורים מתכנסים ומתבדרים גם יחד.

אם K=∞ אם an מתכנס -> bn מתכנס ואם bn מתבדר -> an מתבדר.

אם k=0 אם bn מתכנס -> an מתכנס. ואם an מתבדר -> bn מתבדר.

- מבחן ההשוואה ה-3: יהיו טורים an וbn חיוביים. $\frac{a_{n+1}}{a_n}\le\frac{b_{n+1}}{b_n}$

אם bn מתכנס -> an מתכנס. אם an מתבדר -> bn מתבדר.

(מבחן דלמבר) אם $\frac{a_{n+1}}{a_n}\le q<1$ אז an מתכנס. $f(x)=f(x_0)+A(x-x_0)+\alpha(\|x-x_0\|)$

גרסאת הגבול (מומלץ לפונקציות מעריכיות ועצרת): $\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=L$

אם 0<L<1 אז הטור an מתכנס. אם L>1 אז הטור מתבדר. ואם L=1

- מבחן השורש: $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=L$, L<1 -> הטור מתכנס. L>1 - > הטור מתבדר. L=1 לא ידוע.

- מבחן העיבוי (כשיש לאן): אם $\sum_{k=1}^{\infty}2^k a_{2^k}$ מתכנס, הטור גם מתכנס.

- מבחן האינטגרל: אם הפונקציה שבטור $\sum_{n=0}^{\infty}f(n)$ חיובית ומונוטונית לא עולה, אז הטור שלנו מתכנס אם ורק אם $\int_1^{\infty}f(x)dx$ מתכנס.

- משפט דריכלה:: הסדרה an מונוטונית, גבולה הוא 0, וכל הסכומים החלקיים של הטור bn חסומים. הטור מתכנס!

- משפט אבל:. אם an סידרה מונוטונית חסומה והטור bn מתכנס, אזי הטור של מכפלת הסדרות מתכנס.

טורי פונקציות

התכנסות במ"ש: $\sup_{x\in I}|f_n(x)-f(x)|\xrightarrow{n\to\infty}0$

אם- $f_n\xrightarrow{u}f$, $g_n\xrightarrow{u}g$ חסומות במידה אחידה. אזי $f_ng_n\xrightarrow{u}fg$.

קריטריון קושי: f_n מתכנסות במ"ש $\Leftrightarrow\forall\varepsilon.\exists N.\forall m,n>N,\forall x.|f_n(x)-f_m(x)|<\varepsilon$

f_n רציפות, $f_n\xrightarrow{u}f$. אזי f רציפה.

f_n מתכנסות במ"ש. אזי $\lim_{n\to\infty}\lim_{x\to\omega}f_n(x)=\lim_{x\to\omega}\lim_{n\to\infty}f_n(x)$

משפט דיני: $f_n:[a,b]\to R$ רציפות, $f_n\to f$ נק', לכל x: $f_n(x)$ מונוטונית(יכול להשתנות בין x) f רציפה, אזי $f_n\xrightarrow{u}f$

$R\left(x,\sqrt{ax^2+bx+c}\right)$ ■ $2nd=t-\sqrt{a}x$ $a>0$

החלפת גבול ואינטגרל: $f_n\in R[a,b]$, $f_n\xrightarrow{u}f$. אזי f∈R[a,b] ומתקיים $\int_a^b f=\lim_{n\to\infty}\int_a^b f_n$.

מז'ורנטה: $f_n:[a,\omega)\to R$ אינט' בכל תת קטע סופי, לכל n קיים $\int_a^{\omega}f_n<\infty$, $f_n\to f$ בכל תת קטע סגור. נניח שקיימת $\psi:[a,\omega)\to R$ אינט' בכל תת קטע סגור כך שלכל n מתקיים $|f_n|\le\psi$, ו- $\int_a^{\omega}\psi<\infty$. אזי $\exists\int_a^{\omega}f=\lim_{n\to\infty}\int_a^{\omega}f_n\le\int_a^{\omega}\psi$.

$\sqrt{x^2-a^2}$ $x=\frac{a}{sinx}$ ■ $R(sinx,cosx)$ $t=tg\left(\frac{x}{2}\right)$

החלפת גבול ונגזרת: $g,f_n:[a,b]\to R$ כך ש- f_n גזירות ברציפות. נניח שקיימת $x_0\in[a,b]$ כך שקיים וסופי $\lim_{n\to\infty}f(x_0)$, וש- $f_n'\xrightarrow{u}g$. אזי קיימת f כך ש- f'=g וכן $f_n\xrightarrow{u}f$.

טורי פונקציות:

רציפות, אינט' א"א: $u_n\in C[a,b]$, $\sum u_n=f$ במ"ש. אז $f\in C[a,b]$ ו- $\int_a^b f=\sum_{n=0}^{\infty}\int_a^b f_n$

משפט דיני לטורים: $f,u_n\in C[a,b]$ כך ש- $u_n\ge 0$ ו- $\sum u_n=f$ נקודתית. אזי גם במ"ש.

גזירה א"א: $u_n\in C^1[a,b]$, $g=\sum u_n'$ במ"ש, קיימת נקודה שבה $\sum u_n(x_0)<\infty$. אזי $f=\sum u_n$ במ"ש וכן $(\sum u_n)'=f'=\sum u_n'$.

ה-M- בוחן של ווירשטראס: $u_n:[a,b]\to R$, קיימת סדרת מספרים M_n כך שלכל n ולכל x מתקיים $|u_n(x)|\le M_n$ וכן $\sum M_n<\infty$. אזי $\sum u_n$ מתכנס בהחלט ובמ"ש.

מבחן אבל: a מונוטונית לפי n!, חסומה במידה אחידה!.

$\sum b$, ומתכנסת במ"ש.

מבחן דריכלה a מונוטונית ב-n., $a\xrightarrow{u}0$.

$|\sum b|<M$, חסומה במידה אחידה

אז $\int fg<\infty$

ווירשראס צפיפות הפולינומים: לכל f∈C[a,b] יש סדרת פולי' $P_n\xrightarrow{u}f$.

טורי חזקות:

התכנסות בדיסק: אם מתכנס ב- r אז לכל r'<r הטור מתכנס בהחלט ובמ"ש בקטע [-r',r'].

רדיוס ההתכנסות. $R=\frac{1}{\overline{\lim_{n\to\infty}}\sqrt[n]{a_n}}$ $R=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|$

נסמן $f(x)=\sum_{k=0}^{\infty}a_kx^k$ לכל $x\in(-R,R)$. אזי $f'(x)=\sum_{k=0}^{\infty}ka_kx^{k-1}$.

באופן כללי: $f^{(m)}(x)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(k+m)!}{k!}a_{k+m}x^k$ וכן טור טיילור של f סביב 0 הוא $\sum_{k=0}^{\infty}a_kx^k$

קצה רדיוס ההתכנסות: אם $\sum_{k=0}^{\infty}a_kx^k$ לא מתכנס ב- $x_0=R$, אז הוא לא מתכנס במ"ש ב- (-R,R).

אם $\sum_{k=0}^{\infty}a_kx^k$ מתכנס ב- $x_0=R$, אז הוא מתכנס במ"ש ב- [0,R].

אם טור הנגזרות מתכנס ב- x_0 כך ש- $|x_0|=R$ אז גם הטור המקורי מתכנס ב- x_0.

סוגי סכימות: [סכימות רגילה ⟸ צזארו ⟸ סכימות לפי אבל].

סכימה לפי אבל: טור סכים לפי אבל אם קיים $\lim_{r\to1^-}\sum_{k=0}^{\infty}a_kr^k=l$.

משפט אבל: אם $\sum_{k=0}^{\infty}a_k<\infty$ אז $l=\sum_{k=0}^{\infty}a_k$.

סכימה לפי צזארו: c_n סדרה. נאמר שיש לה גבול לפי צזארו אם קיים $\lim_{N\to\infty}\left(\frac{\sum_{n=0}^{N}c_n}{N+1}\right)=l$ נאמר שטור חזקות סכים צזארו אם סדרת הסכומים החלקיים סכימה לפי צזארו.

משפט טאובר: אם קיים $\lim_{r\to1^-}\sum_{k=0}^{\infty}a_kr^k=l$ ובנוסף $a_k=o(\frac{1}{k})$, אז $\sum_{k=0}^{\infty}a_k=l$.

כפל של טורי חזקות:

אם $\sum_{k=0}^{\infty}a_k$ מתכנס בהחלט, אז לכל p:N→N חח"ע ועל: $\sum_{k=0}^{\infty}a_k=\sum_{k=0}^{\infty}a_{p(k)}$.

מכפלות קושי: יהיו $f(x)=\sum a_kx^k,\ g(x)=\sum b_kx^k$ מתכנסים בהחלט. נגדיר $c_k=\sum_{j=0}^{k}a_jb_{k-j}$. אזי הטור $h(x)=\sum c_kx^k$ מתכנס בהחלט ומתקיים h(x)=f(x)g(x).

שינוי סדר-אם טור מתכנס בתנאי, ניתן לשנות סדר כדי שיתכנס לכל מספר.

פוריה

$1+\cos(\alpha)+\dots+\cos(N\alpha)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\frac{\sin((N+\frac{1}{2})\alpha)}{\sin(\frac{\alpha}{2})}$|.

$2\cos(x)\cos(nx)=\cos((n+1)x)+\cos((n-1)x)$.

$2\sin(nx)\sin(x)=\cos((n-1)x)-\cos((n+1)x)$

$|sinx|=\frac{2}{\Pi}-\frac{4}{\Pi}\sum_1^{\infty}\frac{\cos(nx)}{4n^2-1}$. .

$\cos(\alpha x)=\frac{\sin(\alpha\Pi)}{\alpha\Pi}+\frac{2\alpha}{\Pi}\sum_1^{\infty}(-1)^n\frac{\sin(\alpha\Pi)}{\alpha^2-n^2}\cos(nx)$. .

-נגדיר $e_n(t)=e^{int}$. פולינום טריגו' הוא $P(t)=\sum_{n=-N}^{N}c_ne_n$.

-נגדיר $<f,g>:=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}f\cdot\overline{g}$. נאמר ש- f⊥g אם $<f,g>=0$.

-מקדמי פורייה: עבור $f\in R(\mathbb{T})$ נגדיר:. $\hat{f}(0)=\int_0^{2\pi}f(t)dt$

$\hat{f}(n):=<f,e_n>=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}f(t)\cdot e^{-int}dt$

מקדמים-ערכים ממשיים- $f(n)=\overline{f(-n)}$. מדומים- $f(n)=-\overline{f(-n)}$

ממשית וזוגית-f(n) ממשי. ממשית ואי זוגית-f(n) מדומים.

פונ' אי זוגית ממשית-טור פוריה מכיל רק sin.

פונ' זוגית ממשית-טור פורייה מכיל רק cos.

נורמה- $||f||^2=\int_0^{2\pi}|f(t)|^2dt\ge\left(\int_0^{2\pi}|f(t)|dt\right)^2$

טור- $S_Nf:=\sum_{n=-N}^{N}\hat{f}(n)e_n$. טענה: $(S_Nf-f)\perp S_Nf$.

-א"ש בסל: $f\in R(\mathbb{T})$ אזי $||S_Nf||^2\le||f||^2$ לכל N.

-שוויון פרסבל: $\sum_{n=-\infty}^{\infty}|\hat{f}(n)|^2=||f||^2$

הלמה של רימן לבג: $f\in R(\mathbb{T})$ אזי $\lim_{n\to\pm\infty}|\hat{f}(n)|=0$

התכנסות בנורמה: $f_n,f\in R(\mathbb{T})$. $f_n\xrightarrow{L_2}f$ אם $\lim_{n\to\infty}||f_n-f||=0$.

התכנסות במ"ש ⟸ התכנסות בנורמה, לאותה פונקציה.

קירוב פולינום- $f\in R(\mathbb{T})$. קיים P כך ש $||P-f||<\varepsilon$, וקיימת סדרת פונקציות $gn\in C(\mathbb{T})$, כך ש- $||gn-f||<\varepsilon$,

ויישטראס- $f\in C(\mathbb{T})$. $\sup|f(x)-P(x)|<\varepsilon$

התכנסות טור-1) $f\in R(\mathbb{T})$ אזי $\lim_{N\to\infty}||S_Nf-f||=0$. בנורמה תמיד

2) $S_Nf\xrightarrow{u}g$, f רציפה, אז $S_Nf\xrightarrow{u}f$.

3) $f\in C^1(\mathbb{T})$ אזי $\widehat{f'}(n)=in\hat{f}(n)$

מתקיים. $\sum_{n=-\infty}^{\infty}|\hat{f}(n)|<\infty$ ו- $S_Nf\xrightarrow{u}f$.

4) אם- $f\in C(\mathbb{T})$ או $S_Nf\to f$ וגם $\sum_{n=-\infty}^{\infty}|\hat{f}(n)|<\infty$ אז $S_Nf\xrightarrow{u}f$.

5) נקודתית-דריכלה- $f\in R(\mathbb{T})$, $x_0\in\mathbb{T}$. נניח קיימים δ, M כך שלכל $x\in(x_0-\delta,x_0+\delta)$ מתקיים $|f(x)-f(x_0)|\le M|x-x_0|$. אזי $S_Nf(x_0)\xrightarrow{N\to\infty}f(x_0)$.

קונבולוציה: $(f*g)(x):=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}f(t)\cdot g(x-t)dt$.פונ' אינט' בT

תכונות: $f*g=g*f$, $f*(g+h)=f*g+f*h$,

$(cf)*g=c(f*g)$ $f*g$ תמיד רציפה.

מתקיים: $(en*f)(x)=\hat{f}(n)\cdot en(x)$

קונבולוציה עם פולינום ממעלה n נותנת פולינום ממעלה ≥ n

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}=\frac{\pi^2}{6}$ ■ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2}=\frac{\pi^2}{12}$ ■ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^6}=\frac{\pi^2}{945}$.

גרעין טוב: $\hat{\varphi}(0)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\varphi_N=1$, $\exists M.\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}|\varphi_N|\le M$,

$\forall 0<\delta<1.\int_{|x|>\delta}|\varphi_N|\xrightarrow{N\to\infty}0$

גרעין דריכלה: $D_N:=\sum_{n=-N}^{N}e_n$ מתקיים: $D_N*f=S_Nf$.

$D_N(0)=2N+1$, $D_N(y\ne0)=\frac{\sin((N+0.5)y)}{\sin(0.5y)}$

תכונות: $\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}D_N=1$. $\widehat{D_N}(n)=1,|n|\le N;0,o.w$

תכונה רעה: $\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}|D_N|$ מתפוצץ.

סכומי פייר לפי סזארו: $\sigma_Nf:=\frac{1}{N+1}\sum_{n=0}^{N}S_nf$.

גרעין פייר: $F_N(y):=\frac{1}{N+1}\sum_{n=0}^{N}D_n(y)=\frac{1}{N+1}\left(\frac{\sin((0.5N+0.5)y)}{\sin(0.5y)}\right)^2$

משפט פייר: $f\in C(\mathbb{T})$ אזי $\sigma_Nf=f*F_N\xrightarrow{u}f$.ובפרט לכל גרעין טוב

$f\in R(\mathbb{T})$ אז יש שאיפה נק' בכל נקודת רציפות.

בנק' אי רציפות-ח"צ ב- x. אם $S_Nf(x)\xrightarrow{N\to\infty}c$ אז $c=\frac{f(x^+)+f(x^-)}{2}$.

$f,g\in C(\mathbb{T})$ אזי אם לכל n מתקיים $\hat{f}(n)=\hat{g}(n)$ אז f = g.

גרעין פואסון- $P_r(y)=\sum_{n=0}^{N}r^{|n|}en(y)=\frac{1-r^2}{1-2r\cos(y)+r^2}$

א"ש פואקרה- $\int_a^b|f(t)|^2dt\le\frac{(b-a)^2}{\pi^2}\int_a^b|f'(t)|^2dt$

טופולוגיה:

$x_0\in A$ תקרא נק' פנימית אם $\exists B(x_0,r)\subseteq A$.

int(A) := {הנק' הפנימיות} .int(A)⊆A.

A נקראת פתוחה אם int(A)=A. int(A) תמיד פתוחה.

.int(int(A))=int(A)

איחוד של פתוחות הוא פתוח. חיתוך סופי של פתוחות הוא פתוח.

[סגורות- ההפך]

$x_0\in R^n$ נקראת נק' סגור של A אם $\forall B(x_0,r)\cap A\ne\emptyset$.

$\overline{A}:=$ {נק' הסגור}. $A\subseteq\overline{A}$.

A נקראת סגורה אם Ac פתוחה. A סגורה $\Leftrightarrow A=\overline{A}$.

שפה: $\partial A:=\overline{A}\backslash int(A)$.

סדרות ב- Rn:

נאמר ש- $x_k\xrightarrow{k\to\infty}x$ אם $\lim_{k\to\infty}||x_k-x||=0$.

שקול: $\forall\varepsilon.\exists K.\forall k>K.x_k\in B(x,\varepsilon)$.

נק' הצטברות של A אם $\forall r>0.(B(x_0,r)\backslash\{x_0\})\cap A\ne\emptyset$.

x_0 נק' הצטברות ⟺ קיימת סדרה $x_k\in A\backslash\{x_0\}$ כך ש- $x_k\to x_0$.

טענה- $\overline{A}=A\cup Acc(A)$. Acc קב' סגורה.

חסומה- $\exists B(0,r)\supseteq A$. $Diam(A)=\sup\{||x-y||$

בולצנו ווירשטראס.לקבוצה חסומה ואינסופית קיימת נק' הצטברות.

A קומפקטית- סגורה וחסומה. ⟺ לכל סדרה ב- A יש ת"ס מתכנסת לאיבר ב-A (קומ' סדרתית) ⟺ היינה בורל (קומ' טופו')

$\{K_i\}_0^{\infty}$ קומפקטיות כך ש- $\forall i.K_{i+1}\subseteq K_i$ אזי $\cap K_i\ne0$.

פונקציות ב- Rn:

רציפות- $\forall\varepsilon.(\exists\delta>0),(\forall x\in B(x_0,\delta)\cap A).f(x)\in B(x_0,\varepsilon)$

שקול- $||x-x_0||<\delta\to||f(x)-f(x_0)||<\varepsilon$

f,g רציפות אז גם αf+βg רציפה, וגם <f,g> רציפה, וגם f○g רציפה.

קנטור: f רציפה בקבוצה קומפקטית אז f רציפה במ"ש.

ויירשטראס: f:K→R, K קומפקטית. אזי f מקבלת מינ',מקס'.

נגזרות:

f:U→R, U פתוחה, הנגזרות החלקיות של f קיימות וחסומות. f רציפה.

דיפרנציאבילית : $\exists A\in L(R^n,R^m)$-אפשר להציב פולארי!!!!

אם דיפרנציאבילית אז $A:=D_f(x_0)$ היא יחידה. כמו כן:

$\forall v.\exists\frac{\partial f}{\partial v}(x_0)=D_f(x_0)\cdot v$.

קיימות נגזרות חלקיות רציפות ⟸ דיפרנציאבילית ⟸ קיימות נגזרות חלקיות.

f דיפ' ב- x_0, g דיפ' ב- $f(x_0)$ ⟸ h:= g○f דיפ' ב- x_0 ו- $D_h(x_0)=D_g(f(x_0))D_f(x_0)$

אינטגרלים

$\int ln(x)=xln(x)-x$ ■ $\int\frac{u'(x)}{\cos(u(x))^2}=tan(u(x))$

$\int\frac{u'(x)}{sin(u(x))^2}=-cot(u(x))$ ■ $\int a^{(u(x))}u'(x)=\frac{a^{(u(x))}}{lna}$

$\int\frac{u'(x)}{(u(x))^2+a^2}=\frac{arctan(\frac{u(x)}{a})}{a}$

$\int\frac{u'(x)}{\sqrt{a^2-(u(x))^2}}=arcsin\left(\frac{u(x)}{a}\right)=-arccos\left(\frac{u(x)}{a}\right)$

$\int\frac{A}{x-a}=Aln|x-a|$ ■ $\int\frac{A}{(x-a)^n}=\frac{A}{(1-n)(x-a)^{n-1}}$

$\int\frac{Ax+B}{x^2+px+q}=$.

$\frac{A}{2}ln\left(\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\left(q-\frac{p^2}{4}\right)\right)+\frac{2B-Ap}{2\sqrt{q-\frac{p^2}{4}}}arctan\left(\frac{x+\frac{p}{2}}{\sqrt{q-\frac{p^2}{4}}}\right)$.

הצבות:

$R\left(x,\sqrt[m1]{\frac{ax+b}{cx+d}},\dots,\sqrt[mn]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right)$ ■ $t=\sqrt[lcm(m)]{\frac{ax+b}{cx+d}}$.

$2nd=tx+\sqrt{c}$ $a>0$.

$R(x,\sqrt{a^2-x^2})$ $x=asint$ ■ $(\sqrt{a^2+x^2})$ $x=atgx$

$sinx=\frac{2t}{1+t^2}$ ■ $cosx=\frac{1-t^2}{1+t^2}$ ■ $\frac{dx}{dt}=\frac{2}{1+t^2}$.

טורי חזקות: $arcsinx=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2n)!}{(2n+1)(n!)^24^n}x^{2n+1}$

$arctanx=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n+1}x^{2n+1}$ ■ $ln(1+x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n$.

■ $\sqrt{1+x}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n(2n)!}{(1-2n)(n!)^24^n}x^n$. ■ $e^x=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}x^n$

$sinx=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)!}x^{2n+1}$ ■ $cosx=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n)!}x^{2n}$

זהויות: $sin\alpha cos\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)]$

א"ש ממוצעים- $2a\cdot b\le a^2+b^2$

M=Supf:נגדיר $f'(c) \geq \frac{4}{(b-a)^2}\int_a^b f$.

$g(x) = \min(M(x-a), M(b- x)\}$

■. $\int_a^b f \leq \int_a^b g = ..<-g(x)>f(x)$

p/p=1: $\prod an$.

$\prod an = \prod e^{\ln(an)} = e^{\sum \ln(an)}$.

■.$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}$ אממ $c=0$ מתכנס אממ

$\sum_{i=1}^{n} a_i B_{n-i} \leq \sum_{i=1}^{k} a_i B_{k-i} + \sum_{i=k+1}^{n} a_i B_{n-i} \leq$.

■.$M\sum_{i=n-k}^{n}|B_{n-i}| + MA_{k+1} < M\sum_{i=n-k}^{n}|B_{n-i}| + \varepsilon$

■.$f(x) = x^n$ -ו $f(x) = \frac{1}{n}, x < 0.5. otw \frac{2}{n}$.

:מכאן $f_n(x) \leq \sup|f_n - f| + f(x)$.

■.. $f_n(x) \leq \sup|f_n - f| + \sup|f(x)|$.

■$|x - x0| < \frac{1}{n}. x = \frac{nx}{n} \leq \frac{\lceil nx\rceil}{n} \leq \frac{nx+1}{n} = x + \frac{1}{n}$.

■. . $f_n(x) \leq \frac{1}{2}(1 + \sqrt{1+4x})$.

■.$\sum x^n$-ו $a_i = 1, b_n = -1$.

■. $a_{2k} = 0, . a_{2k+1} = \frac{1}{2^{2k-1}}$. .

■.$\lim_{n\to\infty} S_{n-1} - \frac{n}{n+1}S_n$-ו $a_n = n(-1)^n$,.

■. $f_n(x) = 0, x < \frac{1}{2} - \frac{1}{2n}; 1, x > \frac{1}{2} + \frac{1}{2n}; n\left(x - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2n}\right)\right)$

$|f'(c) - f(x-t)| < \varepsilon/M$. $(f * g)' = (f' * g)$.

$\lim_{h\to 0}\frac{f*g(x+h) - f*g(x)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f'(c) * g(t)$.

■.$\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}(f'(c) - f'(x-t)g(t) < (\varepsilon/2\pi M)\int_{-\pi}^{\pi} g$.

$(f * g_n) = \frac{n}{2}\int_{-\frac{1}{n}}^{1/n} f(x-t) = \frac{n}{2}\int_{x-\frac{1}{n}}^{x+\frac{1}{n}} f(y)$.

.פייר<-G=good ker .$(N. L)$ ←. $f \in C(\mathbb{T})$-

$\left|\hat{f}'^{(n)}\right| \leq \left||f'|\right| = M$.

■. $\left|\hat{f}^{(n)}\right| \leq \int(f-g)en + \int gen < \varepsilon + \frac{M}{n}$.

■.$x = \sqrt{x \cdot x} \leq \sqrt{xf(x)} = f(x) \leq \sqrt{xf(x)} = f(x)$.