בס"ד

אי שיוונים ממעלה ראשונה ל4 יח"ל

המחברות: מיטל מתלון/מיכאלי . אורטל חדד/בן רחמים . נעמי ברנס/כהן.

הנחיות לשימוש בחוברת "אי שויונים ממעלה ראשונה" לתלמידי 4 יח"ל

החוברת מיועדת ללימוד עצמאי למי שלא למד את הנושא.

אם למדת כבר את הנושא ואינך שולט בו טוב- נסה לנטוש את הדעות הקדומות על הנושא.

קרא בראש פתוח ונסה לקלוט כמה שיותר...

אם למדת כבר את הנושא ואתה שולט בו טוב- עזוב, למה לך להסתבך אם צורות הסתכלות שונות על אותו החומר.

ובתכלס...

קרא את החומר כמו שהוא. אחרי שקראת נסה לפתור לבד את אותם התרגילים ובדוק את עצמך שאתה מבין את כל השלבים שצריך לעשות.

בכל אופן החוברת היא חוברת לימוד ולא תרגול. אחרי שלמדת את החוברת קח תרגילים על הנושא ונסה לפתור אותם עפ"י ההבנה והשיטות שהחוברת העניקה לך.

היה בטוח שאתה מתרגל מכל סוג של שאלות שיש בחוברת.

בהצלחה רבה בבחינת הבגרות!

ועשה מאמץ למלא את המשוב שבסוף החוברת. אנו רוצים להשתפר לטובת כולם!

המחברות: מיטל מתלון נעמי ברנס ואורטל חדד.

אי שוויונים ממעלה ראשונה לארבע יחידות

אי שוויונים דומים למשוואות, רק שבמקום סימן ה- = יופיע אחד מהסימנים: $<,>,<=,>=$.

$3X=3$ זוהי משוואה.

$3X<3$ זהו אי שוויון.

בניגוד למשוואה שלה בדר"כ תשובות בודדות, לאי שוויון יש המון תשובות.

ובדוגמא שלנו: $3X=3$ נחלק ב3 $X=1$ קיבלנו תשובה אחת.

$3X<3$

נסביר במילים: שואלים- איזה מספרים אפשר לשים במקום X כך שהתרגיל יהיה נכון?

תשובה: $X=-1$ (נציב $3*-1<3$ $-3<3$ נכון!)

תשובה נוספת: $X=-2$ (נציב $3*-2<3$ $-6<3$ נכון!)

תשובה נוספת: $X=-3$ (נציב $3*-3<3$ $-9<3$ נכון!)

...

שימו לב שבעצם כל מספר שקטן מ- 0 (לא חייב להיות מספר שלם)עושה את אי השוויון $3X<3$ נכון.

ומסמנים זאת כך: ($X<0$זה אומר כל מספר שקטן מ-0).

כלל: כאשר מכפילים/ מחלקים את 2 האגפים באי שוויון במספר שלילי סימן אי השוויון יתהפך (< יהפוך ל>, => יהפוך ל=<).

חוץ מזה, כל הכללים הם בדיוק כמו במשוואות.

אי שוויונים ממעלה ראשונה

הדרך לפתירת אי שוויון:

1. נפתח סוגריים(אם יש).
2. נכנס אברים דומים (אם יש)
3. נעביר אגפים – את הביטויים עם X לצד שמאל ואת המספרים לצד ימין.
4. נכנס אברים דומים (אפשר להוציא את X כגורם משותף אם יש גם פרמטרים כמו a,m וכו')
5. בידוד)Xע"י חלוקה בכופל שלו או המכפלה במחלק שלו)

דוגמאות לתרגילים ופתרונם:

דוגמא 1:

$2X+4<X-2$

נעביר אגפים: $2X-X<-4-2$

נכנס אברים דומים: $X<-6$ סיימנו.

זאת אומרת: כל מספר שקטן מ 6- גורם לתרגיל להיות נכון. (וכל מספר שגדול או שווה ל6- גורם לתרגיל להיות לא נכון).

נדגים זאת: נציב $X=-10$: $2*-4+10<-2-10$

$(-10<-6)$ $-4+20<-12$

$-16<-12$ נכון.

נציב $X=-5$: $2*-4+5<-2-5$

$(-5>-6)$ $-4+10<-7$

$-6<-7$ לא נכון.

דוגמא 2:

$X+2<X$ (תזכורת: באי שיוויון בעצם שואלים: איזה מספר אפשר לשים במקום X כך שאי השיוויון יהיה נכון?)

נעביר אגפים: $X-X<-2$

$0*X<-2$

$0<-2$ אף פעם לא נכון, לכן לא משנה איזה מספר נשים במקום X, האי שיוויון אף פעם לא נכון! לכן התשובה היא אף X.

דוגמא 3:

בס"ד

$3(2X-6) + X -3<3X -5X+6$

נפתח סוגריים: $6X-18+X -3 <3X -5X +6$

נכנס אברים דומים: $7X -21<-2X+6$

נעביר אגפים: $7X+2X<21+6$

נכנס אברים דומים: $9X<27$

נבודד את X (נחלק בכופל שלו- ב9) $X<3$

דוגמא 4:

$X<X+2$

נעביר אגפים: $X-X<2$

נכנס אברים דומים: $0*X<2$ שימו לב שהכופל שלו הוא 0!

$0<2$ זה קורה תמיד, לא משנה איזה מספר נשים במקום X, האי שיוויון יהיה נכון! לכן התשובה היא כל X.

דוגמא 5:

$X>=3X+1$

נעביר אגפים: $X-3X>=1$

נכנס אברים דומים $-2X>=1$

נבודד את X (נחלק בכופל 2-) $-2X>=1$ נשים לב ש-2 שלילי וחלוקה במספר שלילי הופכת סימן!

$X<= -1\backslash 2$

דוגמא 6:

$X+1 <= X+1$

נעביר אגפים: $X-X<=1-1$

נכנס אברים דומים: $0*X <=0$

שימו לב: במקרה מיוחד זה, שהכופל של X הוא 0, נחלק את אי השיוויון ל:2

$0*X <=0$ או $0*X=0$

$0<0$ או $0=0$

אף X או כל X

ובגלל שיש כאן או התשובה היא כל X.

דוגמא 7:

$-X <=-X+1$

נעביר אגפים: $X-X=<1$

נכנס אברים דומים: $0*X<=-1$

נחלק ל2 דברים: $0*X<1$ או $0*X =1$

$0<1$ או $0=1$

כל X או אף X

ובגלל שיש כאן או התשובה היא כל X.

דוגמא 8:

$X>=X+1$

נעביר אגפים: $X-X >=1$

נכנס אברים דומים: $0*X >=1$

נחלק ל2: $0*X >1$ או $0*X=1$

$0>1$ או $0=1$

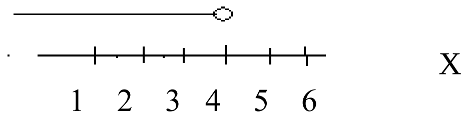
אף X או אף X

והתשובה היא: אף X.

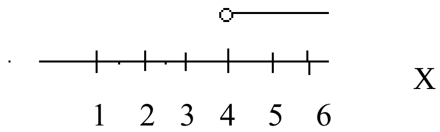
תרגילים נוספים לתרגול:בספר מתמטיקה חלק ה'\ בני גורן עמ' 26, שאלות 1 עד 14.

מערכת של אי שיוויונים ממעלה ראשונה:

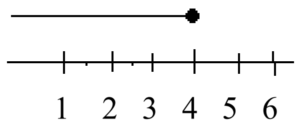
לפני שנדבר על מערכת של אי שיוויונים נסביר:
כאשר כתוב X<4 (כל המספרים שקטנים מ4) נצייר זאת כך:



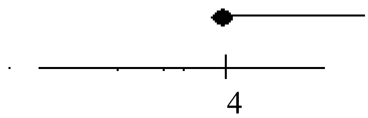
כאשר כתוב X>4 (כל המספרים שגדולים מ-4) נצייר זאת כך:



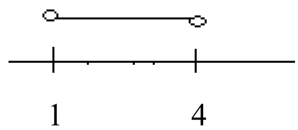
כאשר כתוב X =<4 (כל המספרים שקטנים מ4 ו4 בעצמו) נצייר זאת כך:



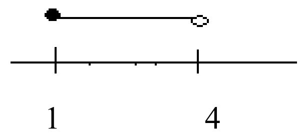
כאשר כתוב X>=4 (כל המספרים שגדולים מ4 ו4 בעצמו) נצייר זאת כך:



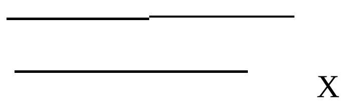
(מכאן ואילך לא נקפיד לרשום עוד מספרים על הציר)
כאשר כתוב 1< X <4 (כל המספרים בין 1 ל4 לא כולל 1 ו4) נצייר זאת כך:



כאשר כתוב 1 <= X <4 (כל המספרים בין 1 ל4 כולל 1 ולא כולל 4) נצייר זאת כך:



כאשר כתוב כל X (כל המספרים) נצייר זאת כך:



כאשר כתוב אף X(שום מספר) נצייר זאת כך:

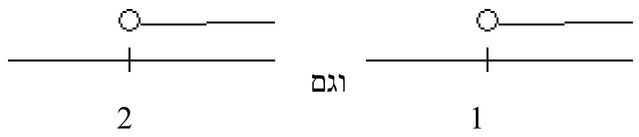
שימו לב שאין קו בשום מקום.
כעת נעבור להסביר איך פותרים מערכת משוואות.

מערכת "וגם"

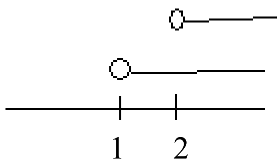
לדוגמא :X>1 וגם X>2
הסבר במילים: איזה מספר אפשר לשים במקום X כך שX>1 יהיה נכון וגם X>2 יהיה נכון?
תשובה:X=3   3>2 וגם 3>1
תשובה נוספת:X=4   4>2 וגם4>1.
נשים לב שכל המספרים שגדולים מ2 (X>2) מקיימים את המערכת.
הדרך לפיתרון:

1. נצייר כל ציר בנפרד.
2. נצייר ציר משותף – כל צד של המערכת נצייר בציר המשותף בגובה שונה.
3. נמצא תחום משותף.
4. נתרגם את הציור לתשובה.

נפתור: X>1 וגם X>2
נצייר כל ציר בנפרד:

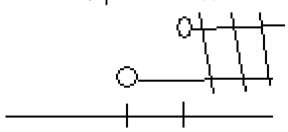


נצייר ציר משותף:

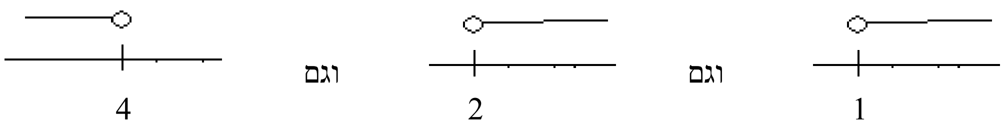


שימו לב שעשינו בגבהים שונים.

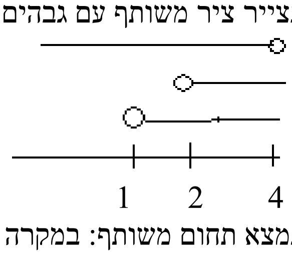
נמצא תחום משותף:



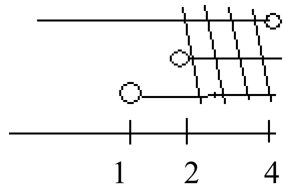
במקרה שלנו התחום המשותף יהיה איפה ששני הקוים נמצאים.
תרגום הציור לתשובה: X>2 שימו לב שזה לא כולל 2 כי ב2 עצמו יש קו אחד עיגול ריק, אך עיגול ריק מסמן דוקא שאין.
אותו הדבר למערכת עם כמה וגם-ים
X>1   וגם X>2   וגם X<4



(נצייר כל ציר בנפרד)
נצייר ציר משותף עם גבהים שונים:



נמצא תחום משותף: במקרה שלנו איפה שיש 3 קוים.



תרגום הציור לתשובה: $2 < X < 4$ שימו לב : לא כולל 2 כי דוקא בקו האמצעי יש ב2 עיגול ריק וכן לא כולל 4 כי בקו העליון יש ב4 עגול ריק.

כאשר האי שיוויונים במערכת קצת יותר מורכבים כמו $X+1 < 2X+3$ וגם $X+3>4$
נפתור אותם בנפרד כפי שלמדנו ורק אח"כ נעשה ציר לכל אחד וכו'.
שימו לב- כדאי לפתור כל תרגיל שורה מתחת לשורה וכל הדרך לשים וגם בין 2 התרגילים.

כל X ואף X במערכת וגם:

דוגמא עם כל X :

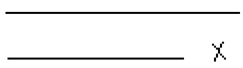
$X+3 > X$ וגם $X<4+ 2X$

נפתור כל אחד בנפרד: $X – X>-3$ וגם $X– 2X <4$

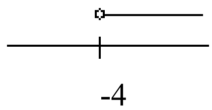
$0* X>3$ וגם $-X<4 \ \backslash:-1$ חלוקה במספר שלילי הופכת סימן!

כל X וגם $X >-4$

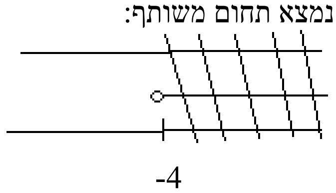
נצייר כל ציר בנפרד:



וגם



נמצא תחום משותף:



נתרגם לתשובה: $X>-4$

מסקנה: **כל X וגם משהוא =משהוא**

דוגמא עם אף X :

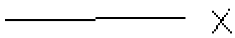
$X-3> X$ וגם $X<4+ 2X$

נפתור כל אחד בנפרד : $X-X>3$ וגם $X– 2X<4$

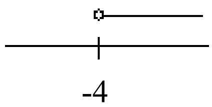
$0* X >3$ וגם $-X<4 \ \backslash:-1$

אף X וגם $X> -4$

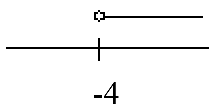
נצייר כל ציר בנפרד:



וגם



נצייר ציר משותף:

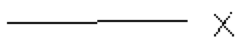


אין כאן 2 קוים בשום מקום לכן אין תחום משותף- אין פיתרון =אף X.

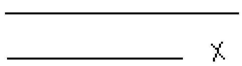
מסקנה: **אף X וגם משהוא=אף X.**

אף X וגם כל X

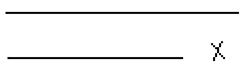
כל ציר בנפרד:



וגם



ציר משותף:

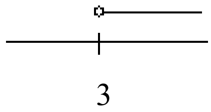


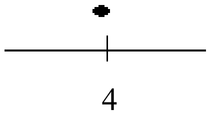
אין כאן 2 קוים בשום מקום לכן אין תחום משותף=אין פיתרון=אף X.

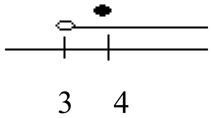
מסקנה: **אף X וגם כל X= אף X.**

לפעמים יש גם תרגילים כאלה:

$X>3$ וגם $X=4$

ציר בנפרד:


וגם


ציר משותף:


תרגום לתשובה: $X=4$

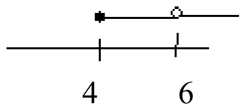
אי שיוויונים כפולים

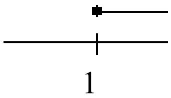
דוגמא לאי שיוויון כפול: $X+1< X +2< 2X -5$

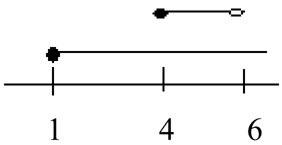
זוהי בעצם מערכת וגם: $X+2< 2X-5$ וגם $X+1< X+2$

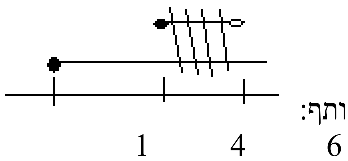
דוגמא 1:

$4<= X<6$ וגם $X>=1$

1.נצייר כל ציר לחוד:


וגם


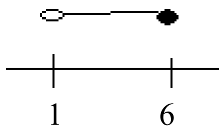
2. נצייר ציר משותף:


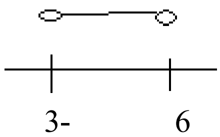
3.נמצא תחום משותף:


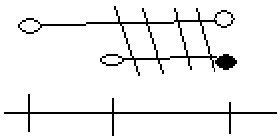
$4<= X<6$

מכאן ואילך נעשה את 2. ו3. יחד.

דוגמא 2:

1.נצייר כל ציר לחוד:


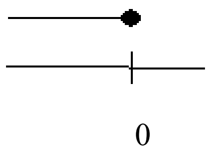
וגם


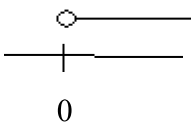
2. נצייר ציר משותף,ועליו נצייר תחום משותף:


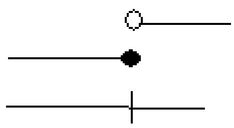
$1< X <6$

דוגמא 3:

$X<=0$ וגם $X>0$

1.כל ציר לחוד:


וגם


2.ציר משותף:


0

אין שום תחום משותף= אין שום מקום בו יש 2 קוים(ב0 יש שני עיגולים אך יש עיגול ריק) =אף X= אין פיתרון.

דוגמא 4: לא לשכוח "וגם" כל הדרך

$\frac{x}{3}-\frac{X-1}{2}<1$ וגם $\frac{X}{2}-\frac{X+3}{5}<3$

נכפיל במכנה משותף-6 בצד שמאל ו- 10 בצד ימין ונעלים אותו כיון שעשינו אותו על 2 האגפים:

$2X-3(X-1)<6$ וגם $-2(X+3)<30$

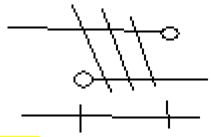
$2X-3X+3<6$ וגם $5X-2X-6<30$

$-X<3 \ \backslash:-1$ וגם $3X<36 \ \backslash:3$

$X>-3$ וגם $X<12$

ציר בנפרד:

ציר משותף:



תרגום לתשובה: $3<X<12$

דוגמא 5:

$2X+1<4X+3<3X-2$

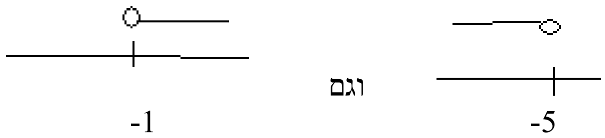
נפרק: $4X+3<3X-2$ וגם $2X+1<4X+3$

$4X-3X<-3-2$ וגם $2X-4X<1-3$

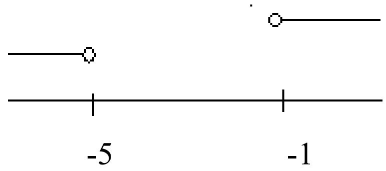
; $X<-5$ וגם $-2X<2 \ \backslash:-2$

$X<-5$ וגם $X>-1$

ציר בנפרד:



ציר משותף:



אין תחום משותף= אף X = אין פיתרון.

מערכת "או"

לדוגמא: $X>1$ או $X>2$

הסבר במילים: איזה מספר אפשר לשים במקום X כך שלפחות אחד משני הצדדים יהיה נכון(אפשר שגם שניהם יהיו נכונים).

תשובה: $X=1.5$: $1.5>1$ נכון.

$3>2$ לא נכון.

צד אחד נכון לכן זה בסדר.

תשובה נוספת: $X=3$: $3>1$ נכון.

$3>2$ נכון.

שני הצדדים נכונים ולכן ברור שזה טוב.

תשובה לא נכונה: $X=0$: $0>1$ לא נכון.

$0>2$ לא נכון.

שום צד לא נכון, לכן זו לא תשובה טובה.

נשים לב שכל המספרים שגדולים מ1 מקיימים את המערכת.

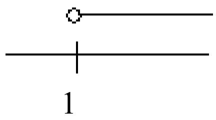
הדרך לפיתרון:

בס"ד

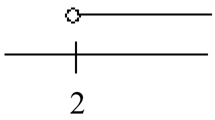
1. נצייר כל ציר בנפרד.
2. נצייר ציר משותף.
3. נמצא תחום מאוחד:כל מקום שבו יש לפחות קו אחד.
4. נתרגם את הציור לתשובה.

נפתור- $X>1$ או $X>2$

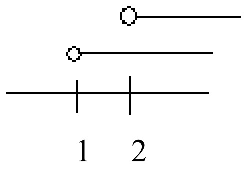
נצייר כל ציר בנפרד:



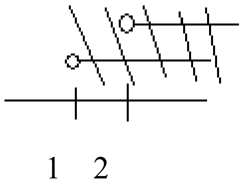
או



נצייר ציר משותף:



תחום מאוחד:



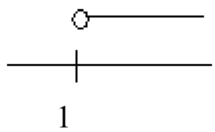
התחום המאוחד נמצא איפה שיש קו אחד לפחות.

תרגום לתשובה: $X>1$.

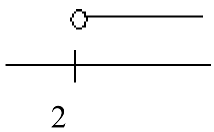
אותו הדבר למערכת עם כמה או-ים.

$X>1$ או $X>2$ או $X<4$

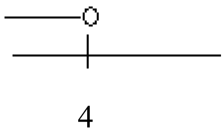
נצייר כל ציר בנפרד:



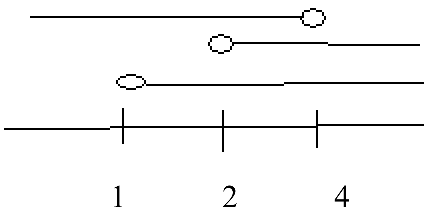
או



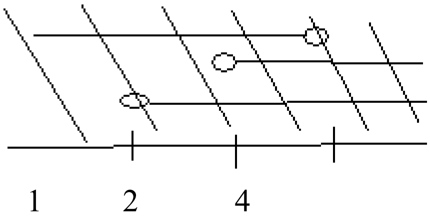
או



נצייר ציר משותף:



נמצא תחום מאחד, איפה שיש לפחות קו אחד



נתרגם למילים: כל X.

כאשר האי שיוויונים במערכת קצת יותר מורכבים כמו $X+1 < 2X+3$ נפתור אותם בנפרד כמו שלמדנו ורק אח"כ נעשה ציר לכל אחד וכו'.

שימו לב:כדאי לפתור כל תרגיל שורה מתחת לשורה וכל הדרך לשים <u>או</u> בין שני התרגילים.

כל X ואף X במערכת או:

דוגמא עם כל x:

1. נפתור בנפרד:

$x+3 > x$ **או** $x < 4+2x$

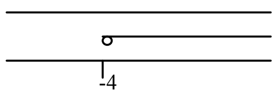
$x-x > -3$ **או** $x-2x < 4$

$0x > -3$ **או** $-x < 4$

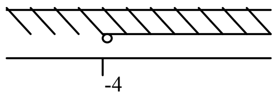
כל x **או** $x > -4$

2. נצייר כל ציר בנפרד:

3. נצייר ציר משותף:



4. נמצא תחום מאוחד:



5. נתרגם לחשיבה: **כל x**

מסקנה: כל x או משהו =כל x.

דוגמא עם אף x:

1. נפתור בנפרד:

$x-3 > x$ או $x < 4+2x$

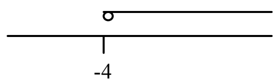
$x-x > 3$ **או** $x-2x < 4$

$0x > 3$ **או** $-x < 4$

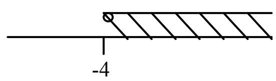
אף x **או** $x > -4$

2. נצייר כל ציר בנפרד:

3. נצייר ציר משותף:



4. נצייר ציר מאוחד:



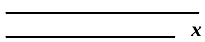
5. נתרגם לחשיבה: $x > -4$

מסקנה:אף x או משהו = משהו.

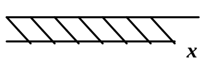
אף x או כל x

1. כל ציר בנפרד:

2. ציר משותף:



3. תחום מאוחד:



4. *נתרגם לחשיבה:* כל x.

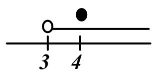
<u>מסקנה:אף x או כל x = כל x.</u>

<u>לפעמים יש גם תרגילים כאלה:</u>

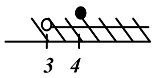
$x \succ 3$ **או** $x=4$

1. *נצייר כל ציר בנפרד:*

2. *ציר משותף:*



3. *תחום מאוחד:*



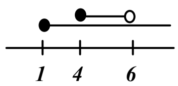
4. *נתרגם לתשובה:* $x \succ 3$

<u>דוגמא 1:</u>

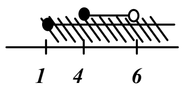
$4 \le x \prec 6$ **או** $x \ge 1$

1. *נצייר כל ציר בנפרד:*

2. *ציר משותף:*



3. *תחום מאוחד:*



4. *נתרגם לתשובה:* $x \ge 1$

שימו לב שזה כולל 1 כי ב1 יש עיגול מלא.

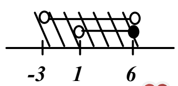
מכאן ואילך נעשה את 3 ו-2 ביחד:

<u>דוגמא 2:</u>

$1 \prec x \le 6$ **או** $-3 \prec x \prec 6$

1. *נצייר כל ציר בנפרד:*

2. *ציר משותף:*



3. *נתרגם לתשובה:* $-3 \prec x \le 6$

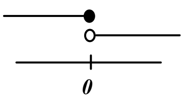
שימו לב שזה כולל 6 כי ב-6 יש עיגול מלא.

<u>דוגמא 3:</u>

$x \le 0$ **או** $x \succ 0$

1. *נצייר כל ציר בנפרד:*

2. *נצייר ציר משותף:*



3. *נתרגם לתשובה:* כל x

דוגמא 4: ***לא לשכוח "או" כל הדרך!***

$$\frac{x}{3}-\frac{x-1}{2}\prec 1 \quad \textbf{או} \quad \frac{x}{2}-\frac{x+3}{5}\prec 5$$

1. נפתור כל אי שוויון בנפרד:

$$\frac{{}^{2}\!\!/x}{3}-\frac{{}^{3}\!\!/x-1}{2}\prec {}^{6}\!\!/1 \quad \textbf{או} \quad \frac{{}^{5}\!\!/x}{2}-\frac{{}^{2}\!\!/x+3}{5}\prec {}^{10}\!\!/5$$

מותר להעלים מכנה משותף כי עשינו אותו על 2 האגפים.

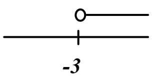
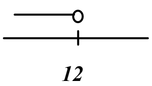
$$2x-3(x-1)\prec 6 \quad \textbf{או} \quad 5x-2(x+3)\prec 30$$

$$2x-3x+3\prec 6 \quad \textbf{או} \quad 5x-2x-6\prec 30$$

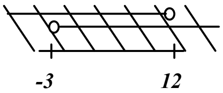
$$-x\prec 3 \quad \textbf{או} \quad 3x\prec 36$$

$$x\succ -3 \quad \textbf{או} \quad x\prec 12$$

2. ציר בנפרד:


או


3. ציר משותף:



4. נתרגם לתשובה: כל x

דוגמא 5:

$$4x+3\succ 3x-2 \quad \textbf{או} \quad 2x+1\prec 4x+3$$

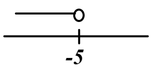
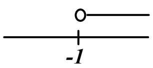
1. נפתור בנפרד:

$$4x-3x\prec -2-3 \quad \textbf{או} \quad 2x-4x\prec 3-1$$

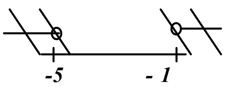
$$x\prec -5 \quad \textbf{או} \quad -2x\prec 2$$

$$x\prec -5 \quad \textbf{או} \quad x\succ -1$$

2. ציר בנפרד:

3. ציר משותף:



4. נתרגם לתשובה: $x\succ -1$ **או** $x\prec -5$

שימו ♥ הרבה פעמים
בתשובה הסופית יש "או".

מערכות מורכבות מ "או" ו "גם":

הדרך לפתרון:

נפתור כל סוגריים בנפרד ואח"כ נמשיך כרגיל.

דוגמא 1:

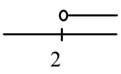
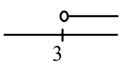
נפתור כל אחד לחוד
נשמור על "או" ו "גם" וסוגרים.

$$6x-9 \prec 4x-1$$
$$6x-4x \prec -1+9$$
$$2x \prec 8$$
$$x \prec 4$$

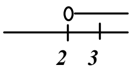
וגם

$$\left\{ \begin{array}{ccc} -x-1 \succ -3x+3 & \text{או} & -6x+7 \prec -3x-2 \\ -x+3x \succ 3+1 & \text{או} & -6x+3x \prec -2-7 \\ 2x \succ 4 & \text{או} & -3x \prec -9 \\ x \succ 2 & \text{או} & x \succ 3 \end{array} \right.$$

נטפל בכל ציר בנפרד:


או


ציר משותף:

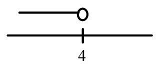
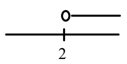


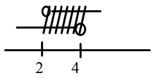
נתרגם לתשובה:

$$x \succ 2$$

כעת נשאר: $x \prec 4$ **וגם** $x \succ 2$

ציר בנפרד:



נתרגם לתשובה: $2 \prec x \prec 4$

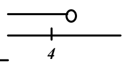
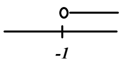
דוגמא 2:

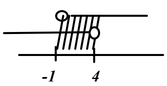
1. נפרק אי שוויון כפול:
2. נפתור כל אחד בנפרד:
3. לכל סוגריים ציר בנפרד:
4. ציר משותף לכל סוגריים בנפרד:
5. תרגום לתשובה:

$$\left\{ \begin{array}{ccc} x \succ 6-x & \text{או} & x+4 \succ 3x \\ x \succ 6-x & \text{או} & x+4 \succ 3x \\ x+x \succ 6 & \text{או} & x-3x \succ -4 \\ 2x \succ 6 \backslash & \text{או} & -2x \succ -4 \backslash \\ x \succ 3 & \text{או} & x \prec 2 \end{array} \right.$$

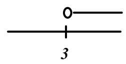
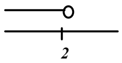
וגם

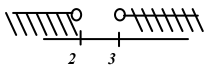
$$\left\{ \begin{array}{ccc} & 0 \prec x+1 \prec 5 & \\ x+1 \prec 5 & \text{וגם} & 0 \prec x+1 \\ x \prec 5-1 & \text{וגם} & -1 \prec x \\ x \prec 4 & \text{וגם} & -1 \prec x \\ x \prec 4 & \text{וגם} & -1 \prec x \end{array} \right.$$


או




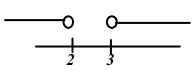
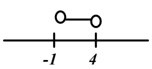
וגם


וגם


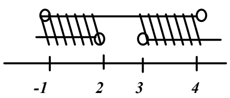


$$x \succ 3 \quad \text{או} \quad x \prec 2 \qquad \text{וגם} \qquad -1 \prec x \prec 4$$

6. כל ציר בנפרד:


וגם


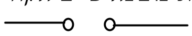
7. ציר משותף:



8. תרגום לתשובה:

$$3 \prec x \prec 4 \quad \text{א} \quad -1 \prec x \prec 2$$

שימו ♥ ה "וגם" הוא בין <u>הגבהים</u> וזה שיש 3 קווים
זה לא משנה כי 2 הקווים

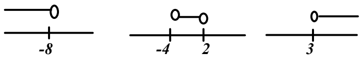


הם באותו הגובה.

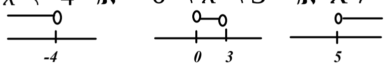
דוגמא 3:

$$\begin{cases} x \prec -8 \text{ או } -4 \prec x \prec 2 \text{ או } x \succ 3 \end{cases} \text{ וגם } \begin{cases} x \prec -4 \text{ או } 0 \prec x \prec 3 \text{ או } x \succ 5 \end{cases}$$

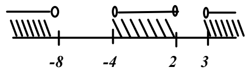
1. ציר בנפרד:



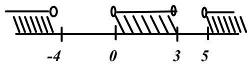
וגם



2. ציר משותף:



וגם



3. נתרגם לתשובה:

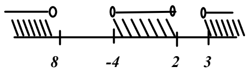
$$\begin{cases} x \prec -8 \text{ או } -4 \prec x \prec 2 \text{ או } x \succ 3 \end{cases} \text{ וגם } \begin{cases} x \prec -4 \text{ או } 0 \prec x \prec 3 \text{ או } x \succ 5 \end{cases}$$

שימו לב למרות שהגענו לאותו הדבר, היינו חייבים לעשות שלב זה כדי להיות משוכנעים שזה הכי מצומצם שיש כך שבשלב הבא נוכל לצייר כל סוגריים באותו הגובה.

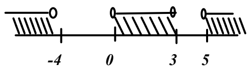
המשך:

$$\begin{cases} x \prec -8 \text{ או } -4 \prec x \prec 2 \text{ או } x \succ 3 \end{cases} \text{ וגם } \begin{cases} x \prec -4 \text{ או } 0 \prec x \prec 3 \text{ או } x \succ 5 \end{cases}$$

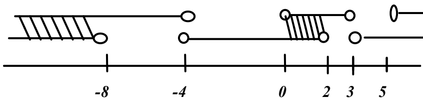
4. ציר בנפרד:



וגם



5. ציר משותף:



6. תרגום לתשובה:

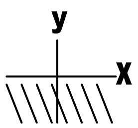
$x \prec -8$ או $0 \prec x \prec 2$ או $x \succ 5$

__בעיות שונות אי שוויונים ממעלה ראשונה__

בפרק זה נראה כיצד לעבור מבעיה מילולית לאי שוויון.
את האי שוויונים לא נפתור כאן כי כבר הסברנו איך לעשות זאת,
אתם כמובן צריכים לפתור אותם.

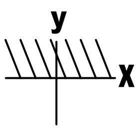
__כלל:__ *כל פעם שאומרים פונקציה או ישר הכוונה לy*

למשל בשאלה לאילו ערכי x הפונקציה $y = 2x - 4$ היא חיובית וערכיה קטנים מ-8,
אז הכוונה מתי $y \succ 0$ וגם $y \prec 8$
אחרי שהגענו לזה נציב את $y = 2x - 4$
נקבל: $2x - 4 \succ 0$ וגם $2x - 4 \prec 8$ ואת זה אנחנו כבר יודעים לפתור,



-כאשר שואלים מתי פונקציה $y = x + 3$ נמצאת מתחת לציר הx
הכוונה מתי היא שלילית שזה אומר כש
נציב $y = x + 3$ $x + 3 \prec 0$ ואת זה אנחנו כבר יודעים לפתור,

-כאשר שואלים מתי פונקציה $y = x + 3$ נמצאת מעל ציר הx
הכוונה מתי היא חיובית שזה אומר כש $y \succ 0$
נציב $y = x + 3$ $x + 3 \succ 0$ ונפתור.

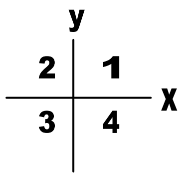


-כאשר שואלים לאילו ערכי x הישר $y = x + 3$ נמצא מעל הישר $y = x + 4$
כדאי למספר $y1 = x + 3$ $y2 = x + 4$
אז בעצם השאלה מתי $y1 \succ y2$
נציב: $x + 3 \succ x + 4$ ואת זה אנחנו כבא יודעים לפתור.

-כאשר שואלים לאילו ערכי x הישר $y = -x + 4$ נמצא בין הישר $y = x + 3$ לבין הישר $y = x - 5$
כדאי למספר $y1 = -x + 4$ $y2 = x + 3$ $y3 = x - 5$
אז בעצם השאלה היא: $y2 \prec y1 \prec y3$
נציב $x + 3 \prec -x + 4 \prec x - 5$ ונפתור.

-כאשר שואלים לאילו ערכי x הישר $y = -x + 4$ __אינו__ נמצא בין הישר $y = x + 3$ לבין הישר $y = x - 5$
כדאי למספר: $y1 = -x + 4$ $y2 = x + 3$ $y3 = x - 5$
אז בעצם השאלה היא $y1 > y2$ או $y1 \prec y3$
נציב $-x + 4 \prec x + 3$ או $-x + 4 \prec x - 5$
ונפתור.

-ששואלים מתי פונקציה $y = x + 5$ היא __אי__ חיובית
הכוונה $y \le 0$
נציב $x + 5 \le 0$
ונפתור.



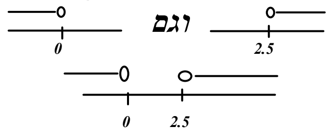
נזכיר תכונות של רביעים:

ברביע הראשון: $x \succ 0$ $y \succ 0$
ברביע השני: $x \prec 0$ $y \succ 0$
ברביע השלישי: $x \prec 0$ $y \prec 0$
ברביע ברביעי: $x \succ 0$ $y \prec 0$

שימו אין צורך לזכור זאת בע"פ אם זוכרים מיהו כל רביע אפשר לפי הציור לדעת זאת, (קל לזכור מיהו הרביע הראשון, ממנו ממשיכים כנגד כיוון השעון).

אז אם שואלים:מצא לאילו ערכי x הישר $y=-6x+15$ *עובר בתוך הרביע הראשון?*
הכוונה היא מתי $x \succ 0$ *וגם* $y \succ 0$
נציב $y=-6x+15$ $x \succ 0$ *וגם* $-6x+15 \succ 0$
ונפתור.

אם שואלים:הראה שהישר הנ"ל לא עובר ברביע השלישי,
כשצריך להראות שמשהו לא קורה, הדרך לפתרון היא לנסות שזה יקרה ולהווכח שזה לא הולך.
ובדוגמא שלנו ננסה: $y \prec 0$ *וגם* $x \prec 0$
נציב: $y=-6x+15$ $-6x+15 \prec 0$ *וגם* $x \prec 0$
נפתור: $-6x \prec -15$ *וגם* $x \prec 0$
$x \succ 2.5$ *וגם* $x \prec 0$



תשובה: אף x.

$\Downarrow$

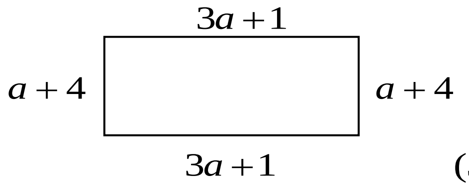
אף פעם הישר לא עובר ברביע השלישי מש"ל.

<u>שימוש באי שוויון ממעלה ראשונה בפיתרון בעיות גיאומטריות</u>

נתחיל עם שאלות שנראות קשות,אך לא צריך להיבהל,
תכל'ס אנחנו יודעים,ואם נעבוד לאט-נצליח.

<u>דוגמא 1:</u>

צלעותיו של מלבן הן $3a+1$ ***ו*** $a+4$
מצאי לאלו ערכי a היקף המלבן הוא בין 18 ל-50.
נתחיל לפתור שואלים לאילו ערכי a היקף המלבן הוא בין 18 ל-50,
נמצא קודם את היקף המלבן לפי a.



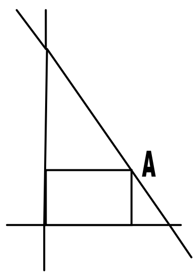
$$(3a+1)+(a+4)+(3a+1)+(a+4)=n$$

$$3a+1+a+4+3a+1+a+4=n$$

$$8a+10=n$$

אז שאלו מתי $18 \prec n \prec 50$ ***?***
נציב: $18 \prec 8a+10 \prec 50$ ***ואת זה אנו יודעים לפתור,***

<u>דוגמא 2:</u>



בין גרף הישר $y=-2x+12$ ***והצירים חסום מלבן,***
מצא בין אלו ערכים נמצא שיעור הx של הנקודה A.
אם היקף המלבן גדול מ14 והקטן או שווה ל20,
מפחיד?-אנחנו נתגבר!
נחשוב מה אנחנו יודעים:שההיקף גדול מ14 וקטן שווה ל20,
נסמן זאת $14 \prec n \le 20$ ***ננסה למצוא את n לפי A.***
כערך הx של A והצלע הקצרה אורכה כערך הy של A.
נשים שAנמצאת על הישר $y=-2x+12$
זאת אומרת שאפשר במקום y של A לשים $-2x+12$ ***של A***
נחשב את ההיקף: $xA+yA+xA+yA$
(Ax הכוונה x של הנקודה A),

$$xA+(-2x+12)A+xA+(-2x+12)A=n$$

מעכשיו x הכוונה Ax

$$x+(-2x+12)+x+(-2x+12)=n$$

$$x-2x+12+x+-2x+12=n$$

$$-2x+24=n$$

אמרנו ש $14 \prec n \le 20$ ***כעת נציב*** $14 \prec -2x+24 \le 20$
אי שוויון זה אנו כבר יודעים לפתור.(והתשובה של היא התשובה לשאלה),

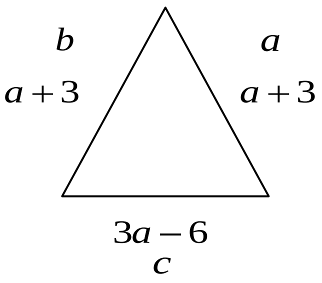
דוגמא 3:

במשולש שווה שוקיים השוק הוא $a+3$ והבסיס הוא $3a-6$

מצא באיזה תחום נמצא a.

גם על זה נתגבר בעז"ה.

תכל'ס נתון לי 3 צלעות של משולש($\overset{a}{a+3}$, $\overset{b}{a+3}$, $\overset{c}{3a-6}$)



צריך להגיע לאיזה שהוא אי שוויון קשור,

נחפש משפט שקשור לצלעות של משולש ושיש בו $\succ$, $\prec$ וכד'.

לוקח זמן לחשוב,לא נורא,בסופו של דבר מוצאים:

<u>המשפט</u>:במשולש סכום 2 צלעות $\succ$ מהצלע השלישית.

ובמשולש שלנו: $a+b\succ c$ **וגם** $a+c\succ b$ **וגם** $b+c\succ a$

נציב $(a+3)+(a+3)\succ 3a-6$ **וגם** $(a+3)+(3a-6)\succ a+3$

וגם $(3a-6)+(a+3)\succ a+3$

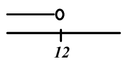
$a+3+a+3\succ 3a-6$ **וגם** $a+3+3a-6\succ a+3$ **וגם** $3a-6+a+3\succ a+3$

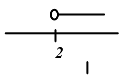
$2a+6\succ 3a-6$ **וגם** $4a-3\succ a+3$ **וגם** $4a-3\succ a+3$

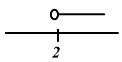
$-a\succ -12$ **וגם** $3a\succ 6$ **וגם** $3a\succ 6$

$a\prec 12$ **וגם** $a\succ 2$ **וגם** $a\succ 2$

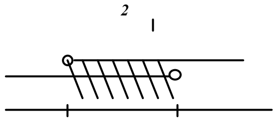
ציר בנפרד:







ציר משותף:



$$\boxed{2\prec a\prec 12}$$

דוגמא 4:

צלעותיו של משולש הן 15, $m-2$, $3m+1$

מצא באיזה תחום נמצא m.

שוב נשתמש במשפט שבמשולש סכום 2 הצלעות $\succ$ צלע השלישית,

$(m-2)+15\succ(3m+1)$ **וגם** $(m-2)+(3m+1)\succ 15$ **וגם** $15+(3m+1)\succ(m-2)$

ונפתור.

שימוש באי שוויון ממעלה ראשונה בפיתרון משוואה עם פרמטר

כלל: *תרגילים אלו נראה שהבוחנים אוהבים לשים בבגרות...*

הרעיון: *כשיש משוואה עם פרמטר,אז פיתרון המשוואה יהיה עם פרמטר.*

למשל $2(2x-3a)=3(2-a)+2x$

הפיתרון יהיה $x=3+1.5a$

כעת אוהבים לשאול:מצא לאילו ערכי ש פתרון המשוואה הוא גדול מ 3-

בעצם השאלה היא מתי $x \succ -3$ *(כי x היא הפיתרון).*

נציב $x=3+1.5a$ $\quad 3+1.5a \succ -3$

$$1.5a \succ -6$$

$$\boxed{a \succ -4}$$

ואם היו שואלים לאילו ערכי a פתרון המשוואה הוא אי שלילי וקטן מ1?

היינו כותבים $x \geq 0$ *וגם* $x \prec 1$

מציבים $3+1.5a \geq 0$ *וגם* $3+1.5a \prec 1$

ופותרים.

במקום a יכול לבוא כל אות: k, m, וכ'...

-כאשר יש מערכת משוואות עם פרמטר m מקבלים בד"כ תשובה מהסגנון $x=2m+1$ $\quad y=m+2$

כעת אוהבים לשאול: לאילו ערכי m הx והy של הפיתרון הם:

1. *שניהם חיובים: הכוונה* $x \succ 0$ *וגם* $y \succ 0$

   נציב: $2m+1 \succ 0$ *וגם* $m+2 \succ 0$

   ונפתור,

2. *שניהם שליליים: הכוונה* $x \prec 0$ *וגם* $y \prec 0$

   נציב: $2m+1 \prec 0$ *וגם* $m+2 \prec 0$

   ונפתור.

3. *אחד חיובי ואחד שלילי:*

שמו כאן יש 2 אפשרויות:($y \prec 0$ *וגם* $x \succ 0$ *) או (* $y \succ 0$ *וגם* $x \prec 0$ *)*

נציב ($m+2 \prec 0$ *וגם* $2m+1 \succ 0$ *) או (* $m+2 \succ 0$ *וגם* $2m+1 \prec 0$ *)*

ונפתור.

-במשוואה ריבועית יש בד"כ 2 פתרונות שנקראים " שורשי המשוואה ",

אז אם כת' מצא לאילו ערכי m שני שורשי המשוואה הריבועית $x-3mx+2m+m-1=0$

נמצאים בין 5 ל-1,

אם תפתרו תמצאו ש $x2=m+1$ $\quad x1=2m-1$

אז כוונת השאלה:מתי $-5 \prec x1 \prec 1$ *וגם* $-5 \prec x2 \prec 1$

נציב $-5 \prec 2m-1 \prec 1$ *וגם* $-5 \prec m+1 \prec 1$

ונפתור.

אם שואלים כנ"ל רק:מתי שני שורשי המשוואה חיוביים

הכוונה $x1 \succ 0$ *וגם* $x2 \succ 0$

נציב $2m-1 \succ 0$ *וגם* $m+1 \succ 0$

ונפתור.

ואם שואלים כנ"ל רק מתי שני שורשי המשוואה בעלי סימנים הפוכים

הכוונה ($x1 \succ 0$ *וגם* $x2 \prec 0$ *) או (* $x1 \prec 0$ *וגם* $x2 \succ 0$ *)*

מציבים ופותרים.

אם הגעת עד כאן ....
אנא עזור לנו ושתף אותנו בחוויית הלימוד.

כיצד הגיע לידך החוברת?_______________________________________
האם אהבת את הסגנון של הלימוד?_______________________________
הבנתי טוב את הנושאים:____
לא היה לי מובן הנושאים:_______________________________________
האם היית מעונין שנוציא חוברת באותו סגנון על אי שיוויונים ממעלה שניה?____
דברים נוספים שיש לך לומר לנו______________________________
את התשובות נא שלח למייל(מלאות או חלקיות כרצונך):
meitalmica@gmail.com
תודה רבה
מיטל מתלון, נעמי ברנס ואורטל חדד.