סיכום למבחן בפיזיקה 2מ – 15/7/2002 / ערך והדפיס, אלון קרסן

פרק מס' 1 – אלקטרוסטאטיקה: מטענים ושדות

חוק קולון, שדות, שטף וחוק גאוס

(1) חוק קולון: $\boxed{\vec{F}_{coulomb}=\frac{q_1q_2}{\left|\overrightarrow{r_{12}}\right|}\hat{r}_{12}=\frac{q_1q_2}{\left|\overrightarrow{r_{12}}\right|^3}\overrightarrow{r_{12}}}$

(2) שדה חשמלי אלקטרוסטאטי שיוצר מטען Q במרחק $\vec{r}$ ממנו: $\boxed{\vec{E}=\frac{Q}{\left|\vec{r}\right|^2}\hat{r}}$

(3) הכוח הפועל של מטען q בהשפעת שדה $\vec{E}$: $\boxed{\vec{F}=q\vec{E}}$

(4) סימונים לצפיפות מטען: λ – ליחידת אורך ; σ – ליחידת שטח ; ρ – ליחידת נפח ;

♥ *שים לב, כי בפרק (4) יקבלו האותיות σ ו- ρ משמעות נוספת.*

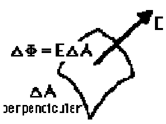
(5) הגדרת נוסחא כללית לחישוב שדה $\vec{E}$: $\boxed{\vec{E}(\vec{r})=\iiint_{V'}\frac{\rho(\vec{r})\hat{r}}{r^2}dV'=\iiint_{V'}\frac{\rho(\vec{r})\cdot\left[\vec{r}-\vec{r}'\right]}{\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|^3}dV'}$

(6) שדה חשמלי של תיל אינסופי מבודד בעל צפיפות מטען λ במרחק $\vec{r}$: $\boxed{\vec{E}(\vec{r})=\frac{2\lambda}{\left|\vec{r}\right|}\hat{r}}$

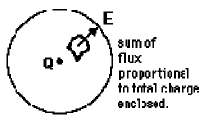
(7) שדה של טבלה אינסופית מבודדת בעלת צפיפות מטען σ: $\boxed{\vec{E}=2\pi\sigma}$

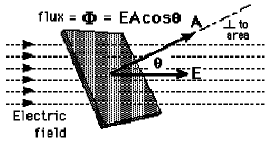
הקפיצה בשדה, בין שני צידי הלוח / הטבלה: $\boxed{\Delta\vec{E}_{\perp}=4\pi\sigma}$

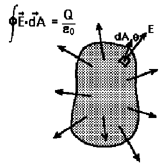
(8) חוק גאוס והגדרת השטף החשמלי: $\boxed{\Phi_E=\oiint_A \vec{E}\cdot\overrightarrow{da}=4\pi Q_{in}=4\pi\iiint_V \rho\, dV}$



$$\Phi_{electric}=\frac{Q}{\varepsilon_0}$$







(9) מעברי קואורדינטות: בבעייה בה יש סימטריה כדורית, ובוחרים מעטפת "גאוסית" כדורית

אלמנט הנפח, בקואורדינטות כדוריות הוא: $dV=4\pi r^2dr$ ואלמנט השטח הוא:

$da=r^2\sin\theta d\theta dr$. כמו כן אלמנט נפח של גליל הוא: $dV=2\pi rdr\cdot\ell$ (מכאן ניתן

לראות גם שאלמנט שטח בפרוסה של גליל הוא: $da=2\pi rdr$).

♥ *שים לב, בחישוב אינטגרלים בקואורדינטות כדוריות:* $\int_0^{2\pi}d\varphi$ *ואילו* $\int_0^{\pi}\sin\theta d\theta$

אנרגיה אלקטרוסטאטית

(1) הגדרת מושג העבודה: $\boxed{W_{A\to B}=\int_A^B\vec{F}\cdot\overrightarrow{ds}}$

(2) האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית של שני מטענים: $\boxed{E=\frac{q_1q_2}{r_{12}}}$

(3) אנרגיה של מערכת של N מטענים: $\boxed{U=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j>i}^{N}\frac{q_iq_j}{r_{ij}}=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j\neq i}\frac{q_iq_j}{r_{ij}}}$

♥ *שים לב: לא חוזרים על אותה מכפלת מטענים פעמיים!*

(4) אנרגיה אלקטרוסטאטית של כל הנפח בו נתון השדה החשמלי: $\boxed{U=\frac{1}{8\pi}\iiint\limits_{V}\left|\vec{E}\right|^2 dV}$

(5) צפיפות אנרגיה אלקטרוסטאטית של כל הנפח בו נתון השדה החשמלי: $\boxed{\frac{dU}{d\tau}=\frac{1}{8\pi}\left|\vec{E}\right|^2}$

<u>הערות, הארות ודוגמאות אחרונות</u>

(*) דיפול – דיפול הוא מבנה של שני מטענים מנוגדי סימן ושווי-גודל. נביט במקרה בו מטען חיובי $+q$ נמצא ב- $(\frac{d}{2},0)$ והמטען השלילי $-q$ נמצא ב- $(\frac{-d}{2},0)$. אם נגדיר גודל $p\equiv dq$ נקבל ביטוי לשדה באופן הבא: $\boxed{\vec{E}(r,0)=2\cdot\frac{p}{r^3}\hat{x}}$ ו- $\boxed{\vec{E}(0,r)=-\frac{p}{r^3}\hat{x}}$. כלומר השדה של הדיפול יורד כמו $1/r^3$. כמו כן האנרגיה הפוטנציאלית של הדיפול: $\boxed{U=-\frac{q^2}{d}}$

<u>פרק מס' 2 – הפוטנציאל החשמלי</u>

<u>הגדרת הפוטנציאל ותכונות בסיסיות</u>

(1) פונקציית הפוטנציאל: $\boxed{\varphi(\vec{r})=-\int_{A}^{P(\vec{r})}\vec{E}\cdot\vec{ds}+\varphi(\vec{r}=A)}$ ולסימטריה: $\boxed{|E|=\frac{\Delta\varphi}{\Delta x}}$

או בצורה אקויולנטית: $\boxed{\varphi(\vec{r})=-\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}}\vec{E}(\vec{r})\cdot\vec{dr}+\varphi_0}$

(2) השדה האלקטרוסטאטי הוא שדה משמר ומקיים: $\oint\vec{E}\cdot\vec{ds}=0$ על כל מסלול סגור

(3) $\boxed{\vec{E}=-\vec{\nabla}\varphi}=-\text{grad}(\varphi)\iff\vec{F}=-\vec{\nabla}U=-\text{grad}(U)$

(4) ביטוי לאנרגיה הפוטנציאלית U לפי הפוטנציאל: $\boxed{U=\frac{1}{2}\iiint\limits_{V}\varphi(\vec{r})\cdot\rho(\vec{r})dV}$

(5) ביטוי פורמלי לפוטנציאל: $\boxed{\varphi(\vec{r})=\iiint\limits_{V'}\frac{\rho(\vec{r})}{|\vec{r}-\vec{r}'|}dV'+\varphi_0}$; $\boxed{\varphi=\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|}}$

<u>משפטים, חוקים דיפרנציאליים ותכונות מתקדמות</u>

(1) משפט גאוס והגדרת הדיברגנס: $\boxed{\oiint\limits_{A}\vec{E}\cdot\vec{da}=\iiint\limits_{V}\vec{\nabla}\cdot\vec{E}\,dV}$ כאשר V כאלו ע"י A.
הדיברגנס של פונקציה וקטורית הוא השטף ליחידת נפח אינפיניטסימלית.

(2) חוק גאוס הדיפרנציאלי: $\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=4\pi\rho}$ ובאיזור בו אין מטענים $\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=0}$.
זוהי משוואת מקסוול הראשונה והיא מראה את הקשר בין משפט גאוס לחוק גאוס.
משמעות הדיברגנס של שדה הוא **צפיפות השטף**.

(3) משוואת פואסיון: $\boxed{\nabla^2\varphi=-4\pi\rho}$ ובאיזור בו אין מטענים $\boxed{\nabla^2\varphi=0}$ ואז מתקבלת משוואת לפלס. שים לב כי נתקלנו בפתרון הכללי למשוואת פואסיון: $\boxed{\varphi(\vec{r})=\iiint\limits_{V'}\frac{\rho(\vec{r})}{|\vec{r}-\vec{r}'|}dV'+\varphi_0}$

פונקציות המקיימות את משוואת לפלס מקיימות מספר תכונות חשובות:

(א) הפונקציות לא מקמות אקסטרמום בתחום. לעתים הן מקבלות אקסטרמום על השפה.

(ב) הפונקציות הן ממוצע של ערכיהן בכל סביבה אפסילונית.

(ג) המסקנה: באלקטרוסטאטיקה אין שיווי-משקל יציב.

(ד) הפונקציות הן פונקציות רציפות.

כמו כן, פונקציות המקיימות את משוואת לפלס הן פונקציות יחידות (משפט היחידות) ודרושים תנאי שפה לפתרון הבעייה.

(4) משפט סטוקס: $\boxed{\iint_A \left(\vec{\nabla}\times\vec{E}\right)\cdot\overrightarrow{da} = \oint_C \vec{E}\cdot\overrightarrow{ds}}$ והמסקנה המתקבלת:

לכל שדה אלקטרוסטאטי משמר מתקיים: $\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{E}=0}$

במקרים בהם יש סימטריה, והשטח הוא פשוט לחישוב, אז את האינטגרל המסלולי של השדה

ניתן לחשב: $\boxed{\left(\mathrm{curl}\vec{E}\right)A = \oint_C \vec{E}\cdot\overrightarrow{ds}}$ כאשר A הוא השטח.

<u>הערות, הארות ודוגמאות אחרונות</u>

(*) ידוע שבחישוב האינטגרל על השדה, למציאת הפוטנציאל יש לשים באחד מן הגבולות נקודה קבועה. בחישוב הפוטנציאל בכל המרחב יש להתחיל מאיזור בו הפוטנציאל ידוע באחת הנקודות וממנו להתקדם אל הכיוון השני (או מנקודה מסוימת לאינסוף או להיפך). חשוב לשים לב, שפוטנציאל אפס מנקודה כלשהי מגדיר איזור / נקודה שבו הפוטנציאל אפס ואז באף נקודה אחרת הפוטנציאל לא יהיה אפס.

<u>אופרטור "דל" / "נבלה" $\vec{\nabla}$ בקואורדינטות שונות</u>

מספר הגדרות: $\vec{\nabla}\varphi=\mathrm{grad}(\varphi)$, $\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=\mathrm{div}(\vec{E})$,

$\vec{\nabla}\times\vec{E}=\mathrm{curl}(\vec{E})$, $\nabla^2\varphi=\mathrm{div}[\mathrm{grad}(\varphi)]$

שים לב: האופרציות נכונות לכל שדה וקטורי, ולא רק לשדה החשמלי האלקטרוסטאטי

(1) <u>קואורדינטות קרטזיות:</u> נתון פוטנציאל סקלרי: $\varphi=\varphi(x,y,z)$

ושדה וקטורי $\vec{E}=E_x\hat{x}+E_y\hat{y}+E_z\hat{z}$ אז:

$$\vec{\nabla}\varphi=\frac{\partial\varphi}{\partial x}\hat{x}+\frac{\partial\varphi}{\partial y}\hat{y}+\frac{\partial\varphi}{\partial z}\hat{z}\ ;\quad \vec{\nabla}\cdot\vec{E}=\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z}\ ;$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E}=\hat{x}\left(\frac{\partial E_z}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial z}\right)-\hat{y}\left(\frac{\partial E_z}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial z}\right)+\hat{z}\left(\frac{\partial E_y}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\ ;$$

$$\nabla^2\varphi=\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}$$

(2) קואורדינטות גליליות: נתון פוטנציאל סקלרי: $\varphi = \varphi(\rho, \phi, z)$

ושדה וקטורי $\vec{E} = E_\rho \hat{\rho} + E_\phi \hat{\phi} + E_z \hat{z}$ אז:

$$\vec{\nabla}\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial \rho}\hat{\rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \varphi}{\partial \phi}\hat{\phi} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\hat{z} \quad ; \quad \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\left(\rho E_\rho\right) + \frac{1}{\rho}\frac{\partial E_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \quad ;$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = \hat{\rho}\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \frac{\partial E_\phi}{\partial z}\right) - \hat{\phi}\left(\frac{\partial E_z}{\partial \rho} - \frac{\partial E_\rho}{\partial z}\right) + \hat{z}\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial}{\partial \rho}\left[\rho E_\phi\right] - \frac{\partial E_\rho}{\partial \phi}\right) \quad ;$$

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\left(\rho\frac{\partial \varphi}{\partial \rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}$$

(2) קואורדינטות כדוריות: נתון פוטנציאל סקלרי: $\varphi = \varphi(r, \theta, \phi)$

ושדה וקטורי $\vec{E} = E_r \hat{r} + E_\theta \hat{\theta} + E_\phi \hat{\phi}$ אז:

$$\vec{\nabla}\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial \theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial \varphi}{\partial \phi}\hat{\phi} \quad ;$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 E_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(\sin\theta E_\theta\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial E_\phi}{\partial \phi}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = \hat{r}\frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta E_\phi\right) - \frac{\partial E_\theta}{\partial \phi}\right] - \hat{\theta}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r E_\phi\right) - \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial E_r}{\partial \phi}\right] + \hat{\phi}\frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(r E_\theta\right) - \frac{\partial E_r}{\partial \theta}\right]$$

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial \varphi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\frac{\partial \varphi}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \phi^2}$$

פרק מס' 3 – שדות חשמליים סביב מוליכים

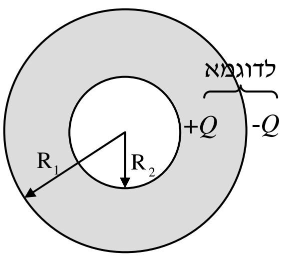
(1) מוליך באלקטרוסטאטיקה מוגדר להיות חומר שבו $\vec{E} = 0$,

וכמו כן מתקיימת בו התכונה: $\varphi = const$.

השדה החשמלי, קרוב לפני המוליך מקיים: $\boxed{\vec{E}_\parallel = 0}$, $\boxed{\vec{E}_\perp = 4\pi\sigma}$.

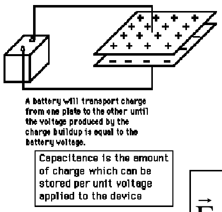
לעומת זאת, במרחק R שגדול ממדי המוליך השדה הוא: $\boxed{\vec{E} = \frac{Q}{R^2}\hat{R}}$.

(2) הגדרת הקיבול: $\boxed{Q = C\cdot\Delta\varphi = C\cdot V}$, $\boxed{C = \frac{Q}{\Delta\varphi} = \frac{Q}{V}}$



(3) (א) קיבול של כדור בעל רדיוס R: $\boxed{C = R}$

(ב) קיבול של מע' של שני כדורים: $\boxed{C = \frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2}}$



(ג) קיבול של קבל לוחות : $\boxed{C=\dfrac{Q}{\Delta\varphi}=\dfrac{\mathrm{A}}{4\pi d}}$

כאשר A מציין את השטח של כל לוח ומתקיים : $\boxed{Q=\sigma\cdot\mathrm{A}}$

בפרט ניתן לראות כי השדה בתוך קבל לוחות מקיים : $\boxed{\vec{\mathrm{E}}=\dfrac{\Delta\varphi}{d}=4\pi\sigma}$

(ד) קיבול של קבל גלילי (הבנוי בדומה לקבל מסעיף ב') : $\boxed{C=\dfrac{\ell}{2\ln\left(\dfrac{b}{a}\right)}}$ $(\,b>a\,)$

♥ שים לב! קבלים / מערכת כדורי-קבל יסתדרו כך שהמטענים עליהם יהיו מנוגדים!

(ראה דוגמא לסעיף 3-ב)

(4) <u>דרך לפתרון "בעיית לפלס"</u>

(א) מתוך $\nabla^2\varphi$ מקבלים את פונקציית הפוטנציאל.

(ב) גוזרים את פונקציית הפוטנציאל ומקבלים ביטוי לשדה החשמלי.

(ג) את השדה על פני כל מוליך משווים ל- $4\pi\sigma$, מחלצים את Q ומגלים את הקיבול C .

(5) אנרגיה של גוף / קבל טעון : $\boxed{U=\dfrac{Q^2}{2C}=\dfrac{1}{2}C\left(\Delta\varphi\right)^2=\dfrac{1}{2}Q\left(\Delta\varphi\right)}$

(6) (א) חיבור קבלים בטור : $\boxed{\dfrac{1}{C_{eff}}=\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}+\cdots+\dfrac{1}{C_{\mathrm{N}}}=\sum_{i=1}^{\mathrm{N}}\left(\dfrac{1}{C_i}\right)}$

וכמו כן מתקיים : $\boxed{Q_{eff}=Q_1=Q_2=\cdots=Q_i=\cdots=Q_{\mathrm{N}}}$ (בכל רגע נתון)

(ב) חיבור קבלים במקביל : $\boxed{C_{eff}=C_1+C_2+\cdots+C_{\mathrm{N}}=\sum_{i=1}^{\mathrm{N}}\left(C_i\right)}$

וכמו כן מתקיים : $\boxed{Q_{eff}=Q_1+Q_2+\cdots+Q_{\mathrm{N}}=\sum_{i=1}^{\mathrm{N}}\left(Q_i\right)}$ (בכל רגע נתון)

<u>פרק מס' 4 – זרמים חשמליים</u>

<u>הגדרת הזרם ומושג צפיפות הזרם</u>

(1) הגדרת צפיפות הזרם : $\boxed{\vec{\mathrm{J}}=\rho\cdot\vec{v}}$

(2) הגדרת הזרם החשמלי : $\boxed{\mathrm{I}=\iint_{\mathrm{A}}\vec{\mathrm{J}}\cdot\overrightarrow{da}}$

(3) מתוך חוק שימור המטען, נקבל שהאינטגרל (2) על מסלול סגור : $\boxed{\mathrm{I}=\oiint_{\mathrm{A}}\vec{\mathrm{J}}\cdot\overrightarrow{da}=-\dfrac{dQ}{dt}}$

(4) חוק שימור המטען בניסוחו האינטגרלי : $\boxed{\oiint_{\mathrm{A}}\vec{\mathrm{J}}\cdot\overrightarrow{da}=-\dfrac{d}{dt}\iiint_{\mathrm{V}}\rho\, d\mathrm{V}}$

(5) חוק שימור המטען בניסוחו הדיפרנציאלי (לפי משפט גאוס): $\boxed{\iiint_V \vec{\nabla}\cdot\vec{J}\,dV = -\iiint_V \frac{\partial\rho}{\partial t}\,dV}$

ומקבלת משוואת הרציפות: $\boxed{\frac{\partial\rho}{\partial t}+\vec{\nabla}\cdot\vec{J}=0}$ בה $\vec{\nabla}\cdot\vec{J}$ מציין את השינוי בזרם

ו- $\frac{\partial\rho}{dt}$ מציין את הפחת במסת / כמות המטען.

<u>חוק אוהם</u>

(1) סימונים והגדרות: ρ – התנגדות סגולית ; σ – מוליכות סגולית

(2) ניסוחו של חוק אוהם, כקשר שבין צפיפות הזרם לשדה: $\boxed{\vec{J}=\sigma\vec{E}=\frac{1}{\rho}\vec{E} \quad \left(\sigma=\frac{1}{\rho}\right)}$

(3) ניסוחו של חוק אוהם, כקשר שבין הזרם למתח: $\boxed{\Delta\varphi = V = I\cdot R}$

(4) משוואת הרציפות תוך שימוש בחוק אוהם: $\boxed{\frac{\partial\rho}{\partial t}+\sigma\cdot 4\pi\rho=0}$

והפתרון הכללי שלה: $\boxed{\rho(t)=\rho_0\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}}$, כאשר $\boxed{\tau \equiv \frac{1}{4\pi\sigma}}$

♥ *שים לב: ρ היא צפיפות המטען ו- σ מוליכות סגולית.*

<u>זרמים סטציונריים</u>

(1) צפיפות של זרם סטציונרי מקיימת: $\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{J}=0}$

(2) (א) חישוב התנגדויות: $\boxed{dR=\frac{1}{\sigma(\vec{r})}\cdot\frac{dr}{A(\vec{r})} \Leftrightarrow dR=\frac{1}{\sigma(x)}\cdot\frac{dx}{A(x)}}$

כאשר A הוא הביטוי לשטח החתך.

(ב) התנגדות בסימטריה כדורית: $\boxed{R=\frac{1}{4\pi\sigma}\int_{a=R_1}^{b=R_2}\frac{dr}{r^2}}$ ובגלילית: $\boxed{R=\frac{1}{2\pi\ell\sigma}\int_{a=R_1}^{b=R_2}\frac{dr}{r^2}}$

<u>מעגלי זרם ישר</u>

(1) חוקי כרכהוף:

(א) חוק הצומת: סכום הזרמים הנכנסים שווה לסכום הזרמים היוצאים: $\boxed{\sum I_{in}=\sum I_{out}}$

(ב) חוק העניבות / הלולאות: סכום המתחים בכל לולאה לאורך המעגל החשמלי הוא אפס:

$\boxed{\sum_j \varepsilon_j + \sum_k I_k R_k = 0}$. ♥ *שים לב – על נגד: עם הזרם: "מינוס" ; נגד הזרם: "פלוס".*

(2) חיבורים בטור ובמקביל:

	חיבור נגדים	כיצד מתנהג המתח?	כיצד מתנהג הזרם?
חיבור טורי	$R_{eff}=R_1+R_2+\cdots+R_N=\sum_{i=1}^{N}(R_i)$	$V_{eff}=V_1+V_2+\cdots+V_N=\sum_{i=1}^{N}(V_i)$	$I_{eff}=I_1=I_2=\cdots=I_i=\cdots=I_N$
חיבור מקבילי	$\frac{1}{R_{eff}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\cdots+\frac{1}{R_N}=\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{1}{R_i}\right)$	$V_{eff}=V_1=V_2=\cdots=V_i=\cdots=V_N$	$I_{eff}=I_1+I_2+\cdots+I_N=\sum_{i=1}^{N}(I_i)$

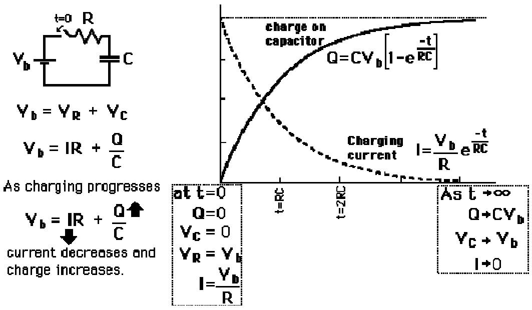
(3) הספק: $\boxed{\mathrm{P}=\mathrm{VI}=\mathrm{I}^2\mathrm{R}=\dfrac{\mathrm{V}^2}{\mathrm{R}}}$ (ביחידות של אנרגיה ליחידת זמן) וניתן לרשום: $\boxed{U=\int_{t_1}^{t_2}\mathrm{P}dt}$

(4) נצילות: נצילות מוגדרת להיות היחס שבין ההספק המנוצל לבין ההספק המושקע, וניתן לקבל:

$\boxed{\eta=\dfrac{\mathrm{I}^2\mathrm{R}}{\varepsilon\cdot\mathrm{I}}=\dfrac{\mathrm{I}^2\mathrm{R}}{\left(\mathrm{I}r+\mathrm{IR}\right)\cdot\mathrm{I}}=\dfrac{\mathrm{R}}{r+\mathrm{R}}}$ כאשר R ההתנגדות השקולה ו- r ההתנגדות הפנימית.

מעגל RC

(1) טעינה ופריקה של קבל: $\boxed{\dfrac{dQ}{dt}=-\dfrac{1}{\mathrm{RC}}\cdot Q(t)\quad\Leftrightarrow\quad Q(t)=Q_0\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}}$ כאשר $\boxed{\tau\equiv\mathrm{RC}}$.



(2) הנוסחא לטעינה של קבל: $\boxed{Q(t)=\underbrace{\varepsilon\cdot\mathrm{C}}_{\equiv Q_0}\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)}$

Q_0 הוא המטען המקסימלי במקרה זה

(3) משוואת המעגל RC: $\boxed{\mathrm{R}\left(\dfrac{dQ}{dt}\right)=\dfrac{Q(t)}{\mathrm{C}}}$

והחום המתפתח במעגל $\boxed{U=\int_0^{\infty}\mathrm{I}^2\mathrm{R}dt}$

(4) במעגל RC המורכב מקבלים כדוריים / גליליים יש לשים לב שרוב הקבלים השונים הנוצרים בין הצורות המרחביות מחוברים במקביל זה לזה!

פרק מס' 5 – השדות של מטענים נעים

חזרה על תורת היחסות המצומצמת

(1) סימונים מקובלים בתורת היחסות:

$$\boxed{\beta=\frac{\mathrm{V}}{c}}\quad;\quad\boxed{\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{V}^2}{c^2}}}}$$

(2) טרנספורמציית לורנץ באמצעות מטריצות:

$$\boxed{\begin{pmatrix}\gamma & 0 & 0 & -\gamma\beta\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ -\gamma\beta & 0 & 0 & \gamma\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\\ t\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x'\\ y'\\ z'\\ t'\end{pmatrix}}\quad;\quad\boxed{\begin{pmatrix}\gamma & 0 & 0 & \gamma\beta\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ \gamma\beta & 0 & 0 & \gamma\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x'\\ y'\\ z'\\ t'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\\ t\end{pmatrix}}$$

(3) טרנספורמציית לורנץ (עבור מערכת S' הנעה ביחס למערכת S במהירות V בכוון X):

(א) מעבר ממערכת S' (ידוע) למערכת S (לא ידוע):

$$x=\frac{x'+Vt'}{\sqrt{1-\left(V/c\right)^2}}\qquad y=y'\qquad z=z'\qquad t=\frac{t'+x'\frac{V}{c^2}}{\sqrt{1-\left(V/c\right)^2}}$$

$$v_x=\frac{v'_x+V}{1+\frac{v'_xV}{c^2}}\qquad v_y=\frac{v'_y\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1+\frac{v'_xV}{c^2}}\qquad v_z=\frac{v'_z\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1+\frac{v'_xV}{c^2}}$$

(ב) מעבר ממערכת S (ידוע) למערכת S' (לא ידוע):

$$x'=\frac{x-Vt}{\sqrt{1-\left(V/c\right)^2}}\qquad y'=y\qquad z'=z\qquad t'=\frac{t-x\frac{V}{c^2}}{\sqrt{1-\left(V/c\right)^2}}$$

$$v'_x=\frac{v_x-V}{1-\frac{v_xV}{c^2}}\qquad v'_y=\frac{v_y\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1-\frac{v_xV}{c^2}}\qquad v'_z=\frac{v_z\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1-\frac{v_xV}{c^2}}$$

(4) טבלת עזר למעבר בין מאורעות:

איפיון שני המאורעות / מרווח זמן בין שני מאורעות מנקודת מבט של...	בו-מקומיים ב-S	בו-מקומיים ב-S'	בו-זמניים ב-S	בו-זמניים ב-S'
צופה במנוחה ב-S	$\Delta t=\tau$ $\Delta x=0$	$\Delta t=\gamma\tau$ $\Delta x=\beta c\gamma\tau$	$\Delta t=0$ $\Delta x=\ell_0$	$\Delta t=\frac{\beta\gamma}{c}\ell_0$ $\Delta x=\gamma\ell_0$
צופה במנוחה ב-S'	$\Delta t'=\gamma\tau$ $\Delta x'=\gamma\beta c\tau$	$\Delta t'=\tau$ $\Delta x'=0$	$\Delta t'=\frac{\beta\gamma}{c}\ell_0$ $\Delta x'=\gamma\ell_0$	$\Delta t'=0$ $\Delta x'=\ell_0$

__טרנספורמציה של שדות וכוחות__ (♥ *שים לב! מערכת S', המעבדה לרוב, נעה ביחס למערכת S*)

(1) הכוח האלקטרומגנטי הכולל הפועל על חלקיק: $\vec{F}=q\vec{E}+\frac{q}{c}\vec{v}\times\vec{B}$

(2) (א) טרנספורמציית שדות: $E'_\perp=\gamma E_\perp\ ;\ E'_\parallel=E_\parallel$

(ב) מטען Q נמצא בראשית של מערכת S שמתלכדת מערכת S' בזמן $t=t'=0$. מערכת S' נעה שמאלה. להלן טרנספורמציית השדות: $E'_x=E_x\ ;\ E'_z=\gamma E_z$; וכמו כן מתקיים:

$$E'_x=\frac{Q\gamma x'}{\left[(\gamma x')^2+(z')^2\right]^{3/2}}\qquad E'_z=\frac{Q\gamma z'}{\left[(\gamma x')^2+(z')^2\right]^{3/2}}$$.

(ג) עוצמת השדה של מטען נע, במערכת המעבדה:

$$|E'|=\frac{Q}{(r')^2}\cdot\frac{1-\beta^2}{\left[1-\beta^2\sin^2(\theta')\right]^{3/2}}$$

ובכתיב וקטורי כללי:

$$\vec{E}'=\frac{\gamma Q\left[(x'-\beta ct)\hat{x}'+y'\hat{y}'+z'\hat{z}'\right]}{\left[\gamma^2(x'-\beta ct)^2+y'^2+z'^2\right]^{3/2}}$$

♥ *שים לב! מערכת S' היא מערכת המעבדה הנמצאת במנוחה*

(3) טרנספורמציית כוחות: $\boxed{F'_\perp=\frac{1}{\gamma}F_\perp \quad ; \quad F'_\parallel=F_\parallel}$ ומכאן מתקבל שבכל מערכת ייחוס הכוח

הפועל על מטען הוא $\boxed{\vec{F}=q\vec{E}}$ כאשר הכוח והשדה נמדדים באותה מערכת הייחוס.

(4) הקשר בין הזווית שיוצר קו שדה בכדור האור "ct" לבין הזווית שיוצר המשך קו השדה מחוץ

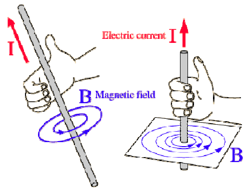
לכדור: $\boxed{\tan\varphi_0=\gamma\tan\theta_0}$ כאשר φ_0 הזווית מחוץ לכדור ו- θ_0 הזווית בתוכו.

♥ *שים לב! המצב המתואר פה הוא מטען שנע כל הזמן ולפתע עצר בבת-אחת*

(5) טרנספורמציה עבור צפיפות מטען: שים לב שכאשר ללוח שנע במעבדה יש צפיפות מטען σ כאשר נעבור למערכת העצמית, תמיד צפיפות המטען תקטן, כי במערכת המנוחה, האורך תמיד "מתארך" ולכן בהנחה שהלוח נע ב- $\vec{v}_0$ אז צפיפות המטען במערכת העצמית: $\frac{\sigma}{\gamma_0}$. בכל מערכת אחרת, יש לחשב את המהירות היחסית $\vec{v}'$ ואז צפיפות המטען במערכת "פסיק" הצפיפות תהיה: $\frac{\sigma}{\gamma_0}\gamma'$.

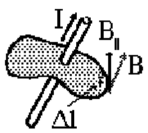
פרק מס' 6 – השדה המגנטי

כוחות מגנטיים, חוקים בסיסיים ושדות שימושיים



(1) הכוח המגנטי הבסיסי, כוח לורנץ: $\boxed{\vec{F}=\frac{q}{c}\vec{v}\times\vec{B}}$.

(2) חוק אמפר: $\boxed{\oint_\Gamma \vec{B}\cdot\vec{ds}=\frac{4\pi}{c}I_{in}=\frac{4\pi}{c}\iint_A \vec{J}\cdot\vec{da}}$ על כל מסילה סגורה Γ.



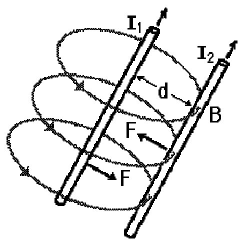
$\sum B_\parallel \Delta l=\mu_0 I$

מתוך חוק אמפר ובשימוש במשפט סטוקס

נקבל: $\boxed{\iint_A\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}-\frac{4\pi}{c}\vec{J}\right)\cdot\vec{da}=0}$

ומכאן נקבל את חוק אמפר לזרמים

סטציונריים: $\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{B}=\frac{4\pi}{c}\vec{J} \quad\Leftrightarrow\quad \vec{\nabla}\cdot\vec{J}=0}$



Forces Between Currents

ניתן לעשות שימוש בחוק אמפר למציאת הכוח הפועל על תיל הנושא זרם I

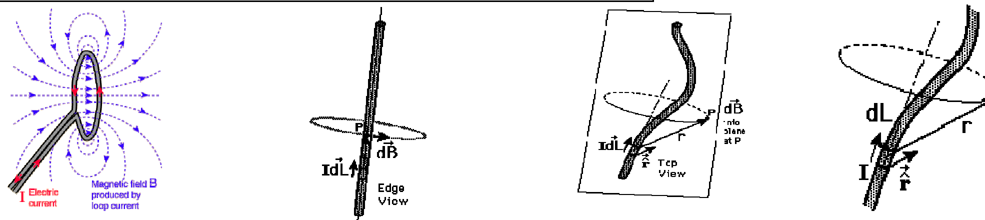
בתוך שדה מגנטי $\vec{B}$: $\boxed{\vec{F}=\frac{I}{c}\vec{\ell}\times\vec{B}}$ ובאופן דומה הכוח ליחידת אורך הפועל בין שני

תיליים הנושאים זרמים בשדה מגנטי: $\boxed{\vec{f}=\frac{\vec{F}}{\ell}=\frac{2I_1I_2}{c^2r_{12}}}$; כמו כן: $\boxed{d\vec{F}=\frac{I}{c}\vec{d\ell}\times\vec{B}}$

השדה הנוצר ע"י קטע תיל ישר בעל אורך סופי: $\boxed{\vec{B}(r)=\frac{I}{cr}(\cos\alpha+\cos\beta)}$

(3) כל שדה מגנטי מקיים: $\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0}$

(4) חוק ביו-סבר (Bio-Savart): $\boxed{d\vec{B}=\frac{I\,d\vec{\ell}\times\hat{r}}{cr^2}=\frac{I\,d\vec{\ell}\times\vec{r}}{cr^3}\Leftrightarrow\vec{B}(\vec{r}_0)=\frac{I}{c}=\oint\frac{d\vec{\ell}\times(\vec{r}-\vec{r}_0)}{\left|\vec{r}-\vec{r}_0\right|^3}}$



(5) נשתמש בחוקי אמפר וביו-סבר למציאת שדות מגנטיים. להלן מספר שדות מגנטיים שימושיים:

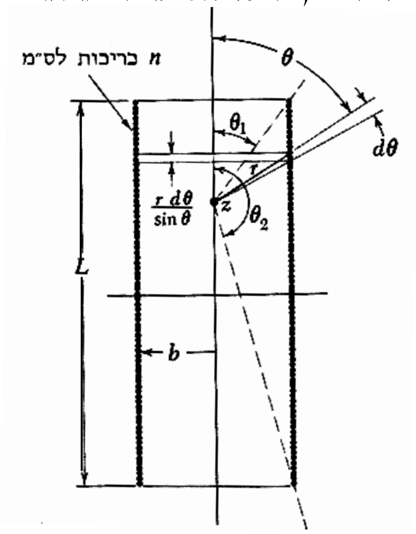
(א) שדה של תיל בודד אינסופי: $\boxed{\vec{B}=\frac{2I}{cr}\hat{r}}$; שדה של תיל "חצי" אינסופי: $\boxed{\vec{B}=\frac{I}{cr}\hat{r}}$

למוט / תיל שנע מתקיים: $\boxed{I=\lambda\cdot\vec{v}}$

(ב) השדה המגנטי במרכז טבעת זרם: $\boxed{\vec{B}=\frac{2\pi I}{ca}\hat{z}}$ כאשר a רדיוס הטבעת המונחת במישור xy. כמו כן הטבעת יוצרת שדה בכל נקודה על ציר ה-z הנתון ע"י הביטוי:

$\boxed{\vec{B}=\frac{2\pi I}{c}\cdot\frac{a^2}{\left(a^2+z^2\right)^{3/2}}\hat{z}}$ כאשר z הוא המרחק על ציר ה-z.

(ג) השדה המגנטי של סילונית (סליל או סילואוניד) בעלת n ליפופים, כאשר הסילונית מונחת במקביל לציר ה-z: $\boxed{\vec{B}=\frac{2\pi nI}{c}\left(\cos\theta_1-\cos\theta_2\right)}$.



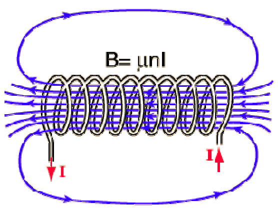
השדה מחושב על ציר הסילונית.

כאשר הסילונית היא בעלת אורך אינסופי, מתקבל:

$\boxed{\vec{B}=\frac{4\pi nI}{c}}$. במקרה של סילונית אינסופית לא משנה האם השדה נמדד על הציר או לא.

♥ *שים לב! במקרה של גליל מסתובב, מתייחסים אליו לעתים כאל סילונית אינסופית המסתובבת (הפרדה לסילונית פנימית וחיצונית).* $\boxed{nI=\frac{\lambda\omega\cancel{r}}{2\pi\cancel{r}}}$

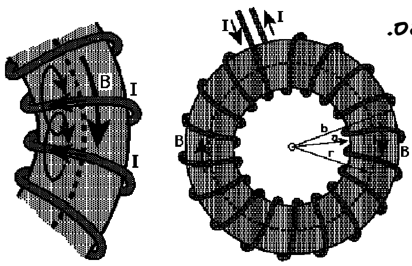
כמו כן לעתים: $\boxed{\vec{J}=nI}$



The magnetic field is concentrated into a nearly uniform field in the center of a long solenoid. The field outside is weak and divergent.

הנוסחה לסילונית אינסופית נכונה גם למקרים בהם: $r \ll L$ כאשר L אורך הסילונית ו-r הרדיוס שלה.

♥ *שים לב! השדה מחוץ לסילונית אינסופית הוא אפס.*



(ד) השדה המגנטי בתוך סליל טורואידי: $\boxed{\vec{B}(r)=\frac{2NI}{cr}}$

כאשר r הרדיוס ו-N מספר הליפופים.

הפוטנציאל הוקטורי של השדה המגנטי

(1) מכיוון שמתקיים תמיד $\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0}$ אזי קיים פוטנציאל וקטורי $\vec{A}$ כך ש- $\boxed{\vec{B}=\vec{\nabla}\times\vec{A}}$.

הפוטנציאל הוקטורי $\vec{A}$ אינו נקבע באופן יחיד.

(2) בעזרת "כיול קולון" ניתן תמיד לבחור $\vec{A}$ כך שיתקיים $\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{A}=0}$

ותתקבל משוואת פואסיון: $\boxed{\nabla^2\vec{A}=\frac{-4\pi}{c}\vec{J}}$ שפתרונה הפורמלי: $\boxed{\vec{A}(\vec{r})=\frac{1}{c}\iiint_V\frac{\vec{J}(\vec{r})}{r}d\mathrm{V}}$

או בצורות אקוויולנטית: $\boxed{\vec{A}(\vec{r}_0)=\frac{1}{c}\iiint_V\frac{\vec{J}(\vec{r})}{\left|\vec{r}-\vec{r}_0\right|}d\mathrm{V}+\vec{A}_0}$ או $\boxed{\vec{A}(\vec{r}_1)=\frac{1}{c}\iiint_{V_2}\frac{\vec{J}(\vec{r}_2)}{r_{12}}d\mathrm{V}_2}$

הקפיצה בשדה המגנטי במעבר שכבת (יריעת) זרם ואנרגיה מגנטית

(1) נתונה יריעה בעלת עובי Δ ובעלת צפיפות זרם J (צפיפות נפחית).

הזרם ליחידת אורך $\mathbf{J}=\mathsf{J}$, $\boxed{\mathsf{J}=\mathbf{J}=\mathrm{J}\cdot\Delta}$.

נקבל שהקפיצה בשדה המגנטי היא: $\boxed{\Delta B_z=\frac{4\pi}{c}\mathbf{J}=\frac{4\pi}{c}\mathsf{J}}$ והשדה המגנטי שיוצרת

יריעת הזרם הוא: $\boxed{B_z=\frac{2\pi}{c}\mathbf{J}=\frac{2\pi}{c}\mathsf{J}}$. אם נסתכל במערכת של שתי יריעות זרם, אז

השדה שיווצר ביניהן יהיה: $\boxed{B_z=\frac{4\pi}{c}\mathbf{J}=\frac{4\pi}{c}\mathsf{J}}$.

(2) במקרה הפשוט, כאשר צפיפות הזרם קבועה ניתן לקבל ביטוי: $\boxed{\Delta B_z=\frac{4\pi}{c}\cdot\frac{I}{a}}$

באשר a מציין את השטח או הנפח (בהתאמה לפי נתוני השאלה).

❤ *שים לב! כיוון צמידתו של התיל הוא כוון ציר ה- z.*

(3) אנרגיה מגנטית של השדה המגנטי בכל הנפח בו נתון השדה: $\boxed{U=\frac{1}{8\pi}\iiint_V\left|\vec{B}\right|^2d\mathrm{V}}$

מכאן ניתן לומר כי הביטוי לאנרגיה האלקטרומגנטית הוא: $\boxed{U_{EM}=\frac{1}{8\pi}\iiint_V\left(\left|\vec{B}\right|^2+\left|\vec{E}\right|^2\right)d\mathrm{V}}$

ההתמרה (טרנספורמציה) של השדות האלקטרומגנטיים

(1) הטרנספורמציה הבאה מתקבלת כאשר המערכת 'S נעה בכיוון החיובי של ציר

ה- x במהירות v המתאימה לגודל β יחסית למערכת S:

$$\boxed{\begin{array}{lll} E'_x=E_x & E'_y=\gamma\left(E_y-\beta B_z\right) & E'_z=\gamma\left(E_z+\beta B_y\right) \\ B'_x=B_x & B'_y=\gamma\left(B_y+\beta E_z\right) & B'_z=\gamma\left(B_z-\beta E_y\right) \end{array}}$$

(2) את ההתמרה מסעיף (1) ניתן להכליל. ראשית נסמן מספר סימונים חשובים :

$$\vec{\beta}=\frac{v}{c}\hat{\beta}\ ,\quad \begin{matrix} \mathrm{E}=\mathrm{E}_{\parallel}+\mathrm{E}_{\perp} & \mathrm{E}'=\mathrm{E}'_{\parallel}+\mathrm{E}'_{\perp} \\ \mathrm{B}=\mathrm{B}_{\parallel}+\mathrm{B}_{\perp} & \mathrm{B}'=\mathrm{B}'_{\parallel}+\mathrm{B}'_{\perp} \end{matrix}$$

כאשר למשל בסימון $\mathrm{E}_{\parallel}$ הכוונה לשדה החשמלי במערכת S המקביל ל- $\hat{\beta}$

ובסימון $\mathrm{B}'_{\perp}$ הכוונה לשדה המגנטי במערכת 'S הניצב ל- $\hat{\beta}$.

כעת ניתן לרשום את ההתמרה בצורה הבאה :

$$\boxed{\begin{matrix} \mathrm{E}'_{\parallel}=\mathrm{E}_{\parallel} & \mathrm{E}'_{\perp}=\gamma\left(\mathrm{E}_{\perp}+\vec{\beta}\times\mathrm{B}_{\perp}\right) \\ \mathrm{B}'_{\parallel}=\mathrm{B}_{\parallel} & \mathrm{B}'_{\perp}=\gamma\left(\mathrm{B}_{\perp}-\vec{\beta}\times\mathrm{E}_{\perp}\right) \end{matrix}}$$

(3) את ההתמרה מסעיף (2) ניתן לכתוב בכתיב וקטורי מקוצר, ע"י השלכת הוקטורים $\vec{\mathrm{E}}$ ו- $\vec{\mathrm{B}}$

על הכוון $\hat{\beta}$: $\mathrm{E}_{\perp}=\vec{\mathrm{E}}-\mathrm{E}_{\parallel}=\vec{\mathrm{E}}-\frac{\vec{\mathrm{E}}\cdot\vec{\beta}}{\beta^2}\vec{\beta}$ $\quad \mathrm{E}_{\parallel}=\frac{\vec{\mathrm{E}}\cdot\vec{\beta}}{\beta^2}\vec{\beta}$. אז ההתמרה מקבלת את הצורה :

$$\boxed{\begin{matrix} \vec{\mathrm{E}'}=\gamma\left(\vec{\mathrm{E}}+\vec{\beta}\times\vec{\mathrm{B}}\right)-\frac{\gamma^2}{\gamma+1}\left(\vec{\beta}\cdot\vec{\mathrm{E}}\right)\vec{\beta} \\ \vec{\mathrm{B}'}=\gamma\left(\vec{\mathrm{B}}-\vec{\beta}\times\vec{\mathrm{E}}\right)-\frac{\gamma^2}{\gamma+1}\left(\vec{\beta}\cdot\vec{\mathrm{B}}\right)\vec{\beta} \end{matrix}}$$

כמו כן עבור מהירויות v שקטנות בהרבה מ- c מתקיים : $\boxed{v \ll c \Rightarrow \begin{matrix} \vec{\mathrm{B}'}=\vec{\mathrm{B}}-\vec{\beta}\times\vec{\mathrm{E}} \\ \vec{\mathrm{E}'}=\vec{\mathrm{E}}+\vec{\beta}\times\vec{\mathrm{B}} \end{matrix}}$

(4) השדות האלקטרומגנטיים מקיימים אינווריאנטות לכל מערכות הייחוס :

$$\boxed{\vec{\mathrm{E}}\cdot\vec{\mathrm{B}}=\vec{\mathrm{E}'}\cdot\vec{\mathrm{B}'}}\ ,\quad \boxed{\vec{\mathrm{E}}^2-\vec{\mathrm{B}}^2=\vec{\mathrm{E}'}^2-\vec{\mathrm{B}'}^2}$$

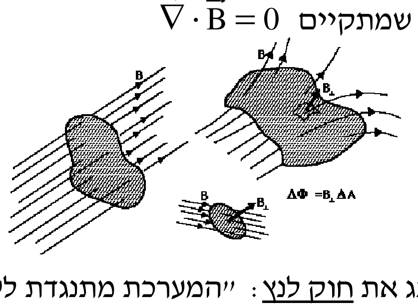
כלומר הביטויים הללו שווים בכל מערכת ייחוס.

(*) אם $\vec{\mathrm{B}'}$ ו- $\vec{\mathrm{E}'}$ שניהם אפס באותה מערכת, אז בכל מערכת אחרת $\vec{\mathrm{B}}$ ו- $\vec{\mathrm{E}}$ מתאפסים גם.

פרק מס' 7 – השראה אלקטרומגנטית

השטף המגנטי ותגליתו של פרדיי

(1) הגדרת השטף המגנטי : $\boxed{\Phi_{\mathrm{B}}=\iint_{\mathrm{A}}\vec{\mathrm{B}}\cdot\overrightarrow{da}}$ ומכיוון שמתקיים $\vec{\nabla}\cdot\vec{\mathrm{B}}=0$

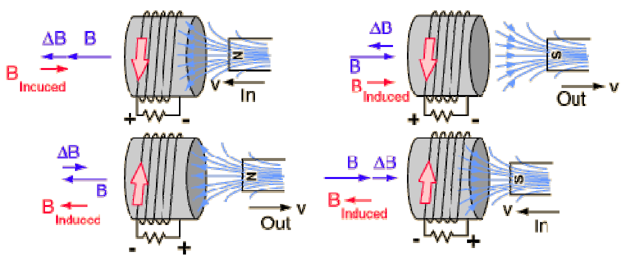


אזי : $\boxed{\forall \mathrm{A}\ ,\ \mathrm{A}' \Rightarrow \iint_{\mathrm{A}}\vec{\mathrm{B}}\cdot\overrightarrow{da}=\iint_{\mathrm{A}'}\vec{\mathrm{B}}\cdot\overrightarrow{da'}}$

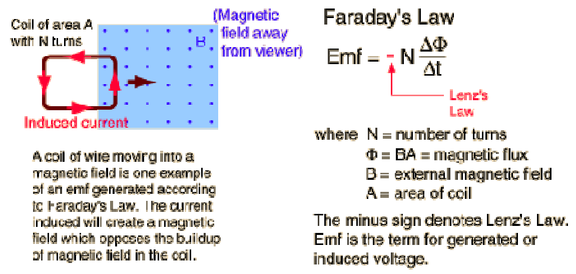
בתנאי ש-A ו- 'A מוגבלים ע"י אותה מסילה.

(2) חוק פרדיי : $\boxed{\mathcal{E}=-\frac{1}{c}\frac{d\Phi_{\mathrm{B}}}{dt}}$ כאשר המינוס מייצג את <u>חוק לנץ</u> : "המערכת מתנגדת לשינוי בשדה האלקטרומגנטי" ; לדוגמא : אם השטף המגנטי גדל אז המערכת תפעל להקטין אותו.

חוק לנץ



חוק פרדיי



(3) חוק ההשראה האוניברסלי – מתוך פרדיי $\boxed{\varepsilon=\oint_C \vec{E}\cdot\vec{ds}=-\frac{1}{c}\cdot\frac{d}{dt}\iint_A \vec{B}\cdot\vec{da}=-\frac{1}{c}\frac{d\Phi_B}{dt}}$

ולפי משפט סטוקס נקבל: $\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial B}{\partial t}}$

<u>השראות</u>

(1) השראות הדדית – נסמן ב- M את גורם הפרופורציה ונכנה אותו בשם "השראות".

(א) נביט במצב של שתי לולאות זרם שבכל אחת זורם זרם, וכל אחת יוצרת שדה מגנטי באיזור הלולאה השנייה. מתקיים: $\boxed{\varepsilon_{21}=-M_{21}\frac{dI_1}{dt}}$ כאשר ε_{21} הוא הכא"מ המושרה שהנוצר בלולאה "2" עכב השינוי בזרם בלולאה "1" ו- M_{21} היא "ההשראות ההדדית".

(ב) גודל "ההשראות ההדדית": $\boxed{M_{21}=\left|\varepsilon_{21}\right|\div\left|\frac{dI_1}{dt}\right|}$

(ג) משפט ההדדיות: לכל שתי לולאות מתקיים $\boxed{M_{21}=M_{12}}$

(2) השראות עצמית – נסמן ב- L או ב- M את ההשראות העצמית ומתקיים: $\boxed{\varepsilon=-L\frac{dI}{dt}}$

ניתן להרחיב כעת את חוק פרדיי ולכתוב: $\boxed{\varepsilon=-\frac{1}{c}\frac{d\Phi_B}{dt}=-L\frac{dI}{dt}}$

<u>מעגלים חשמליים המכילים משרן</u>

(1) מעגלי RL (נגד ומשרן בטור)

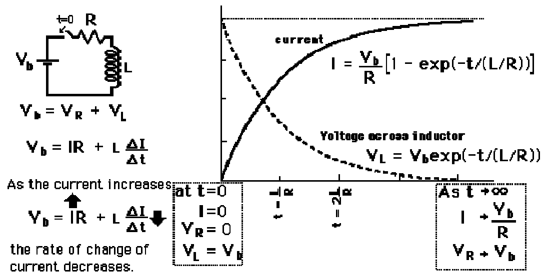
(א) במעגל RL מתקיים: $\boxed{\varepsilon=L\frac{dI}{dt}+I(t)\cdot R}$

(ב) הזרם כפונקציה של הזמן: $\boxed{I(t)=\frac{\varepsilon}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)}$ ואם נסמן $\boxed{\frac{L}{R}\equiv\tau}$

נקבל: $\boxed{I(t)=\frac{\varepsilon}{R}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$

(ג) אם נקצר את המעגל נקבל: $\boxed{I(t)\cdot R=-L\frac{dI}{dt}}$ והזרם יקיים: $\boxed{I(t)=I_0\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}$

(ד) האנרגיה במעגל: $\boxed{U_M=\frac{1}{2}LI^2}$



(2) מעגלי LC (קבל ומשרן בטור)

(א) המטען על הקבל כפונקציה של הזמן: $\boxed{Q(t)=Q_0\cos(\omega t+\varphi)}$

כאשר מתקיים: $\boxed{\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}}$

(ב) הזרם במעגל כפונקציה של הזמן: $\boxed{I(t)=-\omega Q_0\sin(\omega t+\varphi)}$ (המינוס אינו משפיע)

(ג) אם נסמן $U_M=\frac{1}{2}LI^2$ וגם $U_E=\frac{1}{2}\cdot\frac{Q^2}{C}$ ניתן לראות שמתקיים, במצב בו $\varphi=0$:

$\boxed{U_M=U_0\sin(\omega t)}$ ו- $\boxed{U_E=U_0\cos(\omega t)}$ כאשר $\boxed{U_0=\frac{Q_0^2}{2C}}$

פרק מס' 8 – משוואות מקסוול וגלים אלקטרומגנטיים

זרם ההעתק – $\boxed{\vec{J}_d\equiv\frac{1}{4\pi}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}}$

משוואות מקסוול בריק

$$\begin{aligned}&\mathrm{curl}\,\vec{E}=\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\\&\mathrm{curl}\,\vec{B}=\vec{\nabla}\times\vec{B}=\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}+\frac{4\pi}{c}\vec{J}\\&\mathrm{div}\,\vec{E}=\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=4\pi\rho\\&\mathrm{div}\,\vec{B}=\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\oiint_A\vec{E}\cdot\vec{da}=4\pi Q\\&\oiint_A\vec{B}\cdot\vec{da}=0\\&\oint_\Gamma\vec{E}\cdot\vec{ds}=-\frac{\partial}{\partial t}(\Phi_B)\\&\oint_\Gamma\vec{B}\cdot\vec{ds}=\frac{4\pi}{c}I+\frac{1}{c}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\iint_A\vec{E}\cdot\vec{da}\end{aligned}$$

לאיזור בו אין מטענים וזרמים

$$\begin{aligned}&\mathrm{curl}\,\vec{E}=\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\\&\mathrm{curl}\,\vec{B}=\vec{\nabla}\times\vec{B}=\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\\&\mathrm{div}\,\vec{E}=\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=0\\&\mathrm{div}\,\vec{B}=\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0\end{aligned}$$

משוואת הגלים וגלים אלקטרומגנטיים

(1) משוואת הגלים הכללית: $\boxed{\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}=\frac{1}{v_p^2}\cdot\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}}$

(2) משוואות הגלים האלקטרומגנטיים: $\boxed{\nabla^2\vec{E}=\frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}}$ ו- $\boxed{\nabla^2\vec{B}=\frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}}$

פרקים מס' 9 ו-10 – משוואת גלים כללית ותכונות הפתרונות וסופרפוזיציה של גלים

(1) גלים רצים

(א) המשוואה הכללית של הגלים הרצים: $\boxed{\Psi(x,t)=f(x\pm v_p t)}$

כאשר הסימן הוא "+" אז הגל נע שמאלה, וכאשר הסימן הוא "-" הגל נע ימינה.

(ב) גלים הרמוניים רצים: $\boxed{\Psi_k(x,t)=A\cos[k(x\pm v_p t)+\varphi]}$

נסמן $\boxed{\omega\equiv kv_p}$ ונקבל: $\boxed{\Psi(x,t)=A\cos(kx-\omega t+\varphi)}$

(ג) מספר זהויות חשובות: $\boxed{k=\frac{2\pi}{\lambda}}$, $\boxed{\omega=\frac{2\pi}{T}}$, $\boxed{v_p=\frac{\omega}{k}=\frac{\lambda}{T}}$

(2) גלים עומדים

(א) משוואת הגלים העומדים: $\boxed{\Psi(x,t) = \mathrm{A}\cos(kx)\cdot\cos(\omega t)}$

(ב) בגלים העומדים ישנן נקודות שבת המקיימות תמיד: $\boxed{\Psi = 0}$

(ג) תנאי לקבלת גל עומד במיתר: $\boxed{\mathrm{L} = \frac{n\pi}{k} \Leftrightarrow k_n = \frac{n\pi}{\mathrm{L}}}$ כאשר L אורך המיתר

(3) אופני תנודה נורמליים (למשל, לגלים עומדים)

(א) אופן התנודה הנורמלי: $\boxed{\phi_n = \mathrm{A}_n \sin(k_n x)\cdot\cos(\omega_n t + \varphi)}$

(ב) כעת ניתן לרשום כל גל בצורה: $\boxed{\Psi(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \mathrm{A}_n \sin(k_n x)\cdot\cos(\omega_n t + \varphi)}$

כאשר $\boxed{k_n = \frac{n\pi}{\mathrm{L}}}$ ו- $\boxed{\frac{\omega_n}{k_n} = v_p}$

(4) גלים מישוריים (גלים דו-ממדיים)

(א) גלים מן הצורה: $\boxed{\Psi(\vec{r},t) = \mathrm{A}\cos(k\hat{n}\cdot\vec{r} \pm \omega t)}$ או $\boxed{\Psi(\vec{r},t) = \mathrm{A}\cos(\vec{k}\cdot\vec{r} \pm \omega t)}$

(ב) $\vec{k}$ הוא וקטור הגל ומתקיים: $\boxed{|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}}$ ו- $\hat{k}$ הוא כוון ההתקדמות הניצב למישור החזיתות או למישורים שווי-פאזה.

(5) גלים כדוריים: משוואת הגלים הכדורים היא כשל גלים מישוריים אלא ש"הלפלסיאן" הוא בקואורדינטות כדוריות-מתאימות ואין תלות בזוויות θ או φ (מטעמי סימטריה).

(6) חבילת גלים – רוחב חבילת הגלים, אורך גל "המעטפת" הוא: $\boxed{\Delta x = \frac{4\pi}{\Delta k}}$

(7) מעברי אנרגיה ותנע בגלים

(א) הספק בתוך הגל: $\boxed{\mathrm{P}(x,t) = \mathrm{P}_0 \sin^2(kx - \omega t)}$

(ב) הספק ממוצע: $\boxed{\langle \mathrm{P} \rangle = \frac{\omega}{2\pi}\mathrm{P}_0 \int_0^{2\pi/\omega} \mathrm{P}(x,t)\,dt = \frac{1}{2}\mathrm{P}_0}$

(ג) במקרה פרטי של מיתר בעל צפיפות מסה μ מתקיים:

$\boxed{\langle \mathrm{P} \rangle = \frac{1}{2}\mathrm{P}_0 = \frac{1}{2}\mathrm{T}_0\omega k\mathrm{A}^2 = \frac{1}{2}\mu\omega^2\mathrm{A}^2 v_p}$ וכמו כן: $\boxed{v_p = \sqrt{\frac{\mathrm{T}_0}{\mu}} \Leftrightarrow \mathrm{T}_0 = \mu v_p^2 = \mu\frac{\omega}{k}v_p}$

(ד) במקרה כללי יותר נאמר כי למיתר יש שטח חתך a ומתקיים: $\mu = \rho\cdot a$

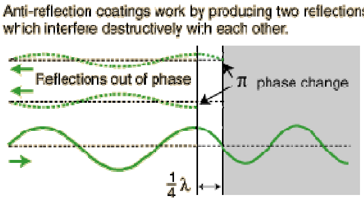
ואז $\boxed{\langle \mathrm{P} \rangle = \frac{1}{2}\rho a\omega^2\mathrm{A}^2 v_p}$ ונגדיר את I להיות הספק ממוצע ליחידת שטח (עוצמה):

$\boxed{\mathrm{I} = \frac{\langle \mathrm{P} \rangle}{a} = \rho_{\mathrm{E}} v_p}$ כאשר $\boxed{\rho_{\mathrm{E}} = \frac{1}{2}\rho\omega^2\mathrm{A}^2}$ היא צפיפות האנרגיה.

(8) מעברי תווך (עם אינדקס I הגל המשודר, עם T הגל הפוגע ונכנס, נכנס, עם R הגל החוזר)

(א) גורם ההחזרה: $\boxed{\mathrm{R} = \left(\frac{\mathrm{A_R}}{\mathrm{A_I}}\right)^2 = \frac{\mathrm{I_R}}{\mathrm{I_I}}}$ (ב) גורם העברה: $\boxed{\mathrm{T} = \left(\frac{\mathrm{A_T}}{\mathrm{A_I}}\right)^2 \cdot \frac{k_{\mathrm{T}}}{k_{\mathrm{I}}} = \frac{\mathrm{I_T}}{\mathrm{I_I}}}$

(ג) תנאי להחזרה מקסימלית (אין הפרש פאזה): $d=\frac{1}{4}\lambda(2m-1)$ כאשר d רוחב התווך



החדש ; תנאי להחזרה מינימלית: $d=\frac{1}{2}\lambda(m-1)$

כאשר אורך הגל λ מחושב לפי אורך הגל המקורי שעבר לתוך התווך d המאופיין ב- k. אם יש הפרש פאזה של π אז כל הגל חוזר בכוון הפוך (אמפליטודה שלילית) ונוצר גל עומד.

(ד) נוסחאות עזר נוספות:

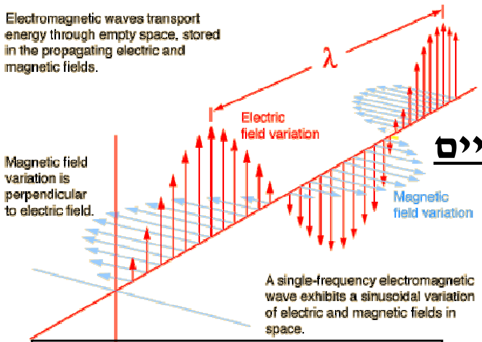
$$\boxed{\frac{A_T}{A_I}=\frac{2k_I}{k_I+k_T}=\frac{2v_{p-T}}{v_{p-I}+v_{p-T}}}\ ,\quad \boxed{\frac{A_R}{A_I}=\frac{k_I-k_T}{k_I+k_T}=\frac{v_{p-T}-v_{p-I}}{v_{p-T}+v_{p-I}}}$$

♥ *שים לב! k_I הוא המאפיין את התווך שבו הגל משודר ו- k_T את התווך שאליו נכנס הגל. לכן $k_I=k_R$.*

כמו כן מתקיים: $\boxed{I_I=\frac{1}{2}T_0\omega^2A_I^2\cdot k_I}$, $\boxed{I_R=\frac{1}{2}T_0\omega^2A_R^2\cdot k_I}$, $\boxed{I_T=\frac{1}{2}T_0\omega^2A_T^2\cdot k_I}$

♥ *שים לב! כדי שיהיה מעבר תווך תקין חייבת להיות אותה תדירות בכל אחד מהתווכים.*

(*) הספק הגל לאחר הרכבת N גלים: $\boxed{I\propto\left|\sum_{i=1}^{N}\Psi_i\right|^2}$



פרק מס' 11 – תכונות יסוד של גלים אלקטרומגנטיים

(1) הגלים האלקטרומגנטיים הם שוי תדירות, שווי אורך גל ושווי מספר גל, ומקיימים: $\boxed{\vec{k}\perp\vec{B}\perp\vec{E}}$

משוואות של גלים אלקטרומגנטיים הרמוניים:

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r},t)=\vec{E}_0\cdot e^{i(\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r})}}\qquad \boxed{\vec{B}(\vec{r},t)=\vec{B}_0\cdot e^{i(\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r})}}$$

בגל א״מ עומד – כאשר E ב- *max* אז B ב- *min* ולהיפך

(2) $\boxed{\vec{B}=\hat{k}\times\vec{E}}$, $\boxed{\vec{E}=-\hat{k}\times\vec{B}}$, $\boxed{|\vec{k}|c=\omega}$ $\boxed{\hat{k}=\frac{\vec{E}\times\vec{B}}{|\vec{E}\times\vec{B}|}}$

♥ *שים לב: בכל הדוגמאות להלן האמפליטודה היא 1 בכל מקרה אחר יש לכפול ב- A או ב- A^2 , בהתאמה*

(3) אנרגיה בגלים אלקטרומגנטיים: $\boxed{I=\frac{c}{8\pi}\left(E^2+B^2\right)}$

(4) וקטור פוינטינג: $\boxed{\vec{S}=\frac{c}{4\pi}\vec{E}\times\vec{B}}$ ומתקיים: $\boxed{I=\left\langle|\vec{S}|\right\rangle_T}$; עבור גל א״מ מישורי:

$\boxed{\vec{S}=\frac{c}{8\pi}\left(E^2+B^2\right)\hat{k}=\frac{c}{4\pi}E^2\hat{k}=\frac{c}{4\pi}B^2\hat{k}}$ – זהו גם ביטוי לצפיפות ההספק של האנרגיה.

שטף אנרגיה ממוצע: $\boxed{\frac{1}{T}\int_0^T\vec{S}\cdot dt}$

פרק מס' 12 – התאבכות ועקיפה

תופעת ההתאבכות

(1) התאבכות משני מקורות

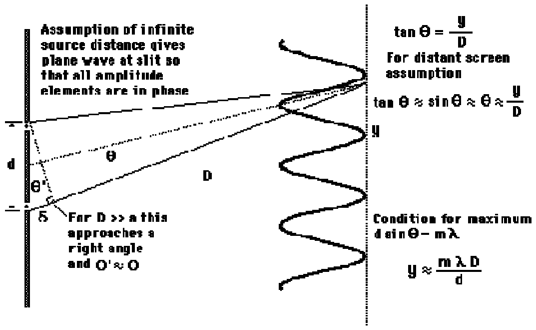
(א) סימונים והנחות – נסמן ב- L את מרחק המסך מהמקורות וב- d את המרחק בין המקורות ונתעניין במקרים בהם $d \ll L$. כמו כן ההתאבכות היא עפ״י ניסוי **יאנג** בהנחה כי המקורות הם קוהרנטיים (הפרש פאזה קבוע או אפס) ומונוכרומטיים (בעלי אורך גל אחד).

(ב) תבנית ההתאבכות : $\boxed{I(\theta) = I_0 \cos^2\left(\frac{1}{2}kd\sin\theta\right) = I_0\cos^2\left(\frac{1}{2}\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}$

והגל : $\boxed{\Psi_{total}(\overline{r},\theta,t) = 2A(\overline{r})\cdot\cos\left(\frac{1}{2}kd\sin\theta\right)\cdot e^{i(kr-\omega t)}}$

(ג) תנאי למקסימה : $\boxed{\sin\theta_n = (n+p)\frac{\lambda}{d}}$ p – הפרש המופע

ותנאי למינימה : $\boxed{\sin\theta_n = \frac{1}{2}(2n+2p-1)\frac{\lambda}{d}}$



(ד) מספר קווי המקסימום

(כולל המקסימום מסדר "0") : $\boxed{2\left[\frac{d}{\lambda}\right]+1}$

(ה) המרחק על המסך : $\boxed{\frac{x_n}{L} = \tan\theta_n \approx \sin\theta_n \approx \theta_n}$

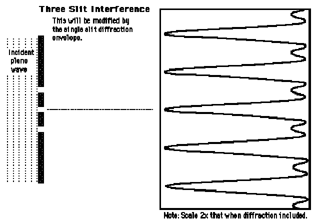
(ו) נוסחת יאנג : $\boxed{\Delta x = \frac{L\lambda}{d}}$

(ז) אם קיים הפרש פאזה φ אז התמונה תזוז לכיוון המקור המאחר ותהיה תוספת של $\frac{\varphi}{2}$.

(2) התאבכות מ- N מקורות

(א) תבנית ההתאבכות : $\boxed{I(\theta) = I_1\frac{\sin^2\left(\frac{N}{2}kd\sin\theta\right)}{\sin^2\left(\frac{1}{2}kd\sin\theta\right)} = I_1\frac{\sin^2\left(N\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}}$

והגל : $\boxed{\Psi_{total}(r,\theta,t) = A(r)\cdot\frac{\sin\left(\frac{N}{2}kd\sin\theta\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}kd\sin\theta\right)}\cdot e^{i(\omega t-kr)}}$ ומתקיים : $\boxed{A = I_1 N^2}$

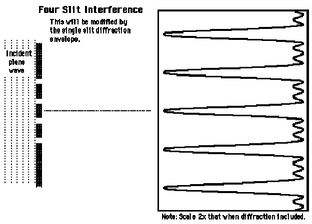


(ב) תנאי למקסימה ראשי : $\boxed{\sin\theta_n = n\frac{\lambda}{d}}$

(ג) מספר המקסי' המשניים בין שני ראשיים : $\boxed{N-2}$

המינימום יתקבל כאשר המונה מתאפס והמכנה לא.

מקסימום משני מתקבל באמצע שבין כל שתי נקודות מינימום.



(ד) מספר המקסימה הראשיים : $\boxed{2\left[\frac{d}{\lambda}\right]+1}$

(ה) רוחב פסי ההתאבכות : $\boxed{\delta\theta_n = \frac{\lambda}{Nd\cos\theta_n}}$ (חצי רוחב)

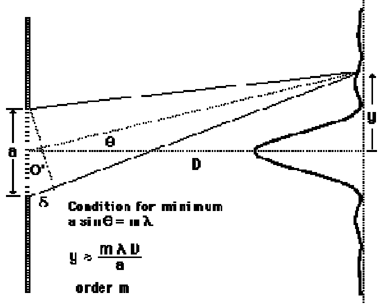
(ו) הפרדה בין צבעים : $\boxed{\Delta\theta_\lambda = \frac{n\cdot\Delta\lambda}{d\cos\theta_n}}$

(ז) כושר ההפרדה הכרומטי : $\boxed{\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \geq \frac{1}{n\cdot N}}$

תופעת העקיפה

(1) עקיפה של סדק יחיד

(א) סימונים והנחות – נסמן ב- D את רוחב הסדק ונתעניין במקרים בהם D הוא מסדר גודל של אורך הגל λ



(ב) תבנית העקיפה – $\boxed{I(\theta)=I_1\dfrac{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda}D\sin\theta\right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda}D\sin\theta\right)^2}}$

(ג) תנאי למינימום: $\boxed{D\sin\theta_n=\pm n\cdot\lambda}$

ותנאי למקסימום: $\boxed{D\sin\beta_n=\pm\left(n+\frac{1}{2}\right)\cdot\lambda}$

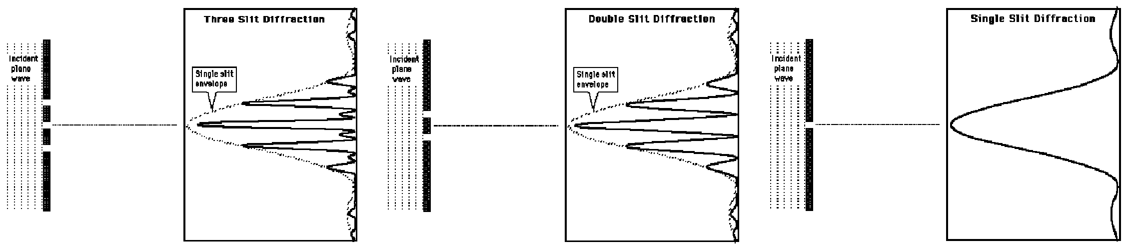
(2) עקיפה מ- N סדקים

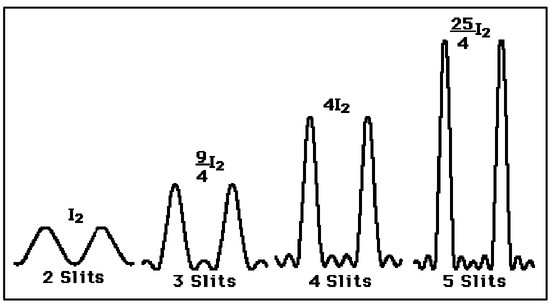
(א) סימונים – נסמן ב- D את רוחבו של כל סדק; המרחק בין הסדקים הוא d.

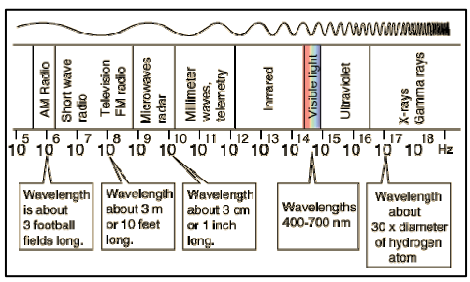
(ב) תבנית העקיפה:

$$\boxed{\begin{aligned}I(\theta)&=I_N\frac{\sin^2\left(N\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right)}\cdot\frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda}D\sin\theta\right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda}D\sin\theta\right)^2}\\ I(\theta)&=I_N\frac{\sin^2 N\alpha}{\sin^2\alpha}\cdot\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\end{aligned}}$$

(ג) והתנאי למקסימום: $\boxed{D\sin\theta_n=\pm n\cdot\lambda}$







ספקטרום אלקטרומגנטי

(ד) כאשר N גדול מאד אז מתקבל "סריג עקיפה".

נסמן את מספר הסדקים ב- N

ונקבל שהתנאי למקסימום הוא:

$\boxed{\frac{1}{N}\sin\theta_n=D\sin\theta_n=\pm n\cdot\lambda}$

התמונה שתתקבל עבור סריג עקיפה, שונה מאשר עבור N סדקים בודדים: