פוריה

- התמרת פוריה - $G(k)=\mathcal{F}(f)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}dx\,f(x)e^{-ikx}$
- $f(x-a)\Rightarrow e^{-iak}\hat{f}$ $\quad$ $e^{2\pi iax}f(x)\Rightarrow\hat{f}(k+2\pi a)$
- $\frac{d^nf(x)}{dx^n}=(ik)^n\hat{f}$ - $e^{iax}f\Rightarrow\hat{f}(k-a)$
- $e^{-\frac{x^2}{2a^2}}\Rightarrow e^{-\frac{k^2}{2}a^2}$ - $e^{-a|x|}\Rightarrow\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{a}{a^2+k^2}$
- $\delta(x)\to\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ - $e^{i\alpha x}\Rightarrow\sqrt{2\pi}\delta(k-\alpha)$
- $\sin(ax)\Rightarrow i\sqrt{2\pi}\frac{\delta(k+a)-\delta(\omega-a)}{2}$ $\quad$ $\mathbf{f(ax)}\Rightarrow\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{a}}\mathbf{\hat{f}}\left(\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{a}}\right)$
- $\mathbf{f(x)}\cos(\mathbf{k_0x})\Rightarrow\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}\pi}}\int\mathbf{dx\,e^{-ikx}\frac{e^{ik_0x}+e^{-ik_0x}}{2}f(x)}$

מתמטיקה

- $e^x=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$ (סביב אפס)
- $\sin x=\sum\frac{(-1)^n}{(2n+1)!}x^{2n+1}$ $\quad$ $\cos x=\sum\frac{(-1)^n}{(2n)!}x^{2n}$
- לכסון מטריצה - $D=P^{-1}AP$, ו"ע בעמודות.

אינטגרלים

- $\int_{-\infty}^{\infty}dx\,e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}=\sqrt{2\pi\sigma^2}$

  – לגואסיאן $\langle x\rangle=x_0,\left\langle x^2\right\rangle=\sigma^2+x_0^2$
- $\int\frac{1}{a^2+x^2}=\frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a}$. $\quad$ $\int\frac{1}{ax+b}=\frac{1}{a}\ln(ax+b)$ $\quad$ $\int\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}=\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$
- $\int xe^{ax}=\left(\frac{x}{a}-\frac{1}{a^2}\right)e^{ax}$ $\quad$ $\int xe^{-x^2}=-\frac{e^{-x^2}}{2}$
- $\int e^x\sin x=\frac{1}{2}e^x(\sin x-\cos x)$
- $\int x\sin(ax)=-\frac{x\cos ax}{a}+\frac{\sin ax}{a^2}$
- $\int x^2\sin x dx=\left(2-x^2\right)\cos x+2x\sin x$

נגזרות

בקואורדינות כדוריות $\vec{\nabla}=\hat{r}\frac{\partial}{\partial r}+\hat{\theta}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\hat{\phi}\left(\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\phi}\right)$

$\vec{\nabla}^2=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial f}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2f}{\partial\phi^2}$

בגליליות $\nabla f=\frac{\partial f}{\partial r}\hat{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial\phi}\hat{\phi}+\frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$

- $x=r\cos\phi\sin\theta$, $y=r\sin\phi\sin\theta$ $z=r\cos\theta$

זהויות טריגונומטריות

- $\sin(\theta\pm\varphi)=\sin\theta\cos\varphi\pm\cos\theta\sin\varphi$ $\quad$ $\cos(\theta\pm\varphi)=\cos\theta\cos\varphi\mp\sin\theta\sin\varphi$
- $\cos2\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta=2\cos^2\theta-1=1-2\sin^2\theta$ $\quad$ $\sin2\theta=2\sin\theta\cos\theta$
- $\cos\cos=\frac{1}{2}(\cos\Delta+\cos\Sigma)$ $\quad$ $\sin\sin=\frac{1}{2}(\cos\Delta-\cos\Sigma)$
- $\sin\cos=\frac{1}{2}(\sin\Sigma+\sin\Delta)$ $\quad$ $\sin+\sin=2\sin\frac{\Sigma}{2}\cos\frac{\Delta}{2}$
- $\cos+\cos=2\cos\frac{\Sigma}{2}\cos\frac{\Delta}{2}$ $\quad$ $\sin^2\theta=\frac{1-\cos2\theta}{2}$
- $\cos^2\theta=\frac{1+\cos2\theta}{2}$

פונקצית דלתא

- $\int_A f(t)\delta(t-a)\,dt=f(a)$
- $\delta\approx\overbrace{\frac{1}{a\sqrt{\pi}}e^{-x^2/a^2}}^{a\to\infty}\approx\overbrace{\text{sinc}\left(\frac{x}{a}\right)}^{a\to0}\approx\overbrace{\frac{1}{\pi}\frac{a}{a^2+x^2}}^{a\to0}$
- $\delta(f(x))=\sum_{x_i}\frac{\delta(x-x_i)}{|f'(x')|}$ כאשר x_i- השורשים.

אופרטורים

- $\hat{p}=-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$
- $\hat{H}=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+V$
- עבור $[A,B]=C\neq0$, $\langle\Delta A\rangle\langle\Delta B\rangle\geq\left|\frac{\langle\Delta C\rangle}{2}\right|^2$
- עבור $\{|\phi\rangle\}$ בסיס אורטונורמלי - $I=\sum|\phi_i\rangle\langle\phi_i|$
- $[A,f(B)]=[A,B]f'(B)$ (אם A,B מתחלפים עם הקומטטור)
- $[A,BC]=[A,B]C+B[A,C]$
- $[A,[B,C]]+[C,[A,B]]+[B,[C,A]]=0$
- $e^Ae^B=e^{A+B}e^{\frac{1}{2}[A,B]}$
- $[x,p_x]=i\hbar$

מצבים עצמיים

- חלקיק בתיבה (שמרכזה $\frac{L}{2}$) - $\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$, $E_n=\frac{h^2n^2\pi^2}{2mL^2}$
- דו-מימדי - $\psi_{n_xn_y}=\varphi_{n_x}(x)\cdot\varphi_{n_y}(y)$, $H=H_x+H_y$
- בור סופי - $\psi(x)=\begin{cases}Be^{\alpha x}\\Ce^{iqx}+De^{-iqx}\\Ee^{-\alpha x}\end{cases}$, $q^2=\frac{2m(E+V_0)}{\hbar^2}$, $k^2=\frac{2mE}{\hbar^2}<0$, $k=i\alpha$. תופרים פתרונות לפי זוגיים ואיזוגים.
- פוטנציאל דלתא - $V=-\frac{\hbar^2\lambda}{2ma}\delta(x)$, אז $\psi'|_{+\varepsilon}-\psi'|_{-\varepsilon}=-\frac{\lambda}{a}\psi(0)$

אוסצילטור הרמוני

- ההמילטוניאן: $H=\frac{p^2}{2m}+\frac{1}{2}kx^2$
- $\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}$, $\lambda=\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_0}}$ ו- $\xi=\frac{x}{\lambda}$
- $\hat{a}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\xi+\frac{\partial}{\partial\xi}\right)$ - הורדה. $\hat{a}^\dagger$, $\hat{N}=\hat{a}^\dagger\hat{a}$
- $a|n\rangle=\sqrt{n}|n-1\rangle$, $a^\dagger|n\rangle=\sqrt{n+1}|n+1\rangle$
- $\left[a,a^\dagger\right]=1$, $\left[N,a^\dagger\right]=a$ ו- $[N,a]=-a$.
- $H=\hbar\omega\left(\hat{N}+\frac{1}{2}\right)$, $E_n=\hbar\omega_0\left(n+\frac{1}{2}\right)$
- $\varphi_0=Ae^{-\frac{1}{2}\xi}$, $\varphi_1=a^\dagger|\varphi_0\rangle$ (המקדם במקרה הכללי הוא פולינום הרמיט מסדר n)
- נירמול - $|\varphi_{n+1}\rangle=\frac{a^\dagger|\varphi_n\rangle}{\sqrt{n+1}}$.

משוואות ומשפטים

- משוואות שרדינגר התלויה בזמן - $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = H|\psi(t)\rangle$
  - $|\varphi_n(t)\rangle = e^{-i\frac{E_n}{\hbar}}|\varphi_n(0)\rangle$
  - $|\psi(t)\rangle = \sum_{n=1}^{\infty} c_n(0)|\varphi_n(t)\rangle = \sum_{n=1}^{\infty} c_n(0)\,e^{-i\omega_n t}|\varphi_n(0)\rangle$
- הבלתי תלויה בזמן - $\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)\right)\psi(x) = E\psi(x)$
  - פתרון של משוואת שרדינגר - $Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$, כאשר k^2 הוא המקדם של ψ.
- משפט אהרנפסט - $\frac{d}{dt}\langle O\rangle = \frac{I}{\hbar}\langle[O,H]\rangle + \left\langle\frac{\partial O}{\partial t}\right\rangle$
- אם $[A,B]=0$, והספקטרום לא מנוון, אז המצבים העצמיים שווים (הם ניתנים ללכסון סימולטנית)

חלקיק על טבעת

- $\langle\psi|\phi\rangle = \int_0^L \psi^\star\phi$. $\psi(0)=\psi(L)$
- התנע מקוונטת - $p_n = \frac{h}{L}n$. $E_n = \frac{\hbar^2 n^2}{mL^2}$
- שדה מגנטי - $H = -\frac{\hbar}{2m}\left(\vec{\nabla} + \frac{ie}{\hbar c}\vec{A}(x)\right)^2$
- עם שתף מגנטי - $H = -\frac{\hbar}{2m}\left(\frac{\partial}{\partial x} + \underbrace{\frac{ie}{\hbar c}}_{1/\Phi_0}\left(\frac{\Phi}{L}\right)\right)$ כאשר $\Phi_0 = \frac{\hbar c}{e}$, $A = \left(\frac{\Phi}{L}\right)\hat{x}$
- מצבים עצמיים - $\sqrt{\frac{1}{L}}e^{ik_nx}$, $k_n = \left(\frac{2n}{L}\right)n$.
- אנרגיה - $E_n(\Phi) = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2\left(n + \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)^2$
- מהירות - לפי משפט ארנפסט - $\langle v\rangle = \frac{\left\langle p - \frac{e}{c}A\right\rangle}{m} = \frac{\hbar\left(k_n - \frac{\Phi}{\Phi_0}\frac{2\pi}{L}\right)}{m}$
- שימור זרם - $\frac{d\rho(x)}{dt} = -\vec{\nabla}\cdot\vec{J}$ (דיברגנץ)
- $\rho(x) = |\psi(x)|^2$, $\vec{J} = \frac{i\hbar}{2m}\left(\psi\vec{\nabla}\psi^\star - \psi^\star\vec{\nabla}\psi\right)$

תנע זוויתי

- $L^\alpha = \beta p_\gamma - \gamma p_\beta$, $\left[L^\alpha, L^\beta\right] = i\hbar L^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$
- $L^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2$, מתחלף עם שלושתם
- $L^2|l,m\rangle = \hbar^2 l(l+1)|l,m\rangle$, $L^z|l,m\rangle = \hbar m$.
- $L^+ = L^x + iL^y$, $L^- = L^x - iL^y$
- $[L^+, L^-] = 2\hbar L^z$, $[L^z, L^+] = \hbar L^+$.
- L^+, L^- אופרטורים עצמיים של L^z
  - $L^+L^- = L^2 - L_z^2 + \hbar L^z$
  - $L^-L^+ = L^2 - L_z^2 - \hbar L^z$

$$L^+|l,m\rangle = \hbar\sqrt{l(l+1) - m(m+1)}\,|l,m+1\rangle$$
$$L^-|l,m\rangle = \hbar\sqrt{l(l+1) - m(m-1)}\,|l,m-1\rangle$$

- עבור $l = 1$ (בבסיס $|1,-1\rangle, |1,0\rangle, |1,1\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$),

$$L_z = \hbar\begin{pmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$L_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix} \qquad \overbrace{\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\ -\frac{1}{\sqrt{2}}\\ \frac{1}{2}\end{pmatrix}}^{-\hbar}\overbrace{\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\\ 0\\ -\frac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}}^{-0}\overbrace{\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\ \frac{1}{\sqrt{2}}\\ \frac{1}{2}\end{pmatrix}}^{\hbar}$$

$$L_y = \frac{i\hbar}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 0\end{pmatrix} \qquad \overbrace{\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}i\\ \frac{1}{\sqrt{2}}\\ \frac{1}{2}i\end{pmatrix}}^{-\hbar}\overbrace{\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\\ 0\\ \frac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}}^{-0}\overbrace{\begin{pmatrix}\frac{1}{2}i\\ \frac{1}{\sqrt{2}}\\ -\frac{1}{2}i\end{pmatrix}}^{\hbar}$$

$$L^2 = 2\hbar I_{3\times 3}$$

$$L_x^2 = \frac{\hbar^2}{2}\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 2 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}, L_y^2 = -\frac{\hbar^2}{2}\begin{pmatrix}-1 & 0 & 1\\ 0 & -2 & 0\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}$$

- $m = l, l-1, \ldots, -(l-1), -l$
- בקואורדינטות כדוריות -

$$\vec{L} = -i\hbar\left(\hat{\phi}\frac{\partial}{\partial\theta} - \hat{\theta}\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\phi}\right)$$

- זוגיות $\hat{P}Y_{lm} = (-1)^l\,Y_{lm}$

אטום המימן

$$H = \frac{\mathbf{p}_r^2}{2m_p} + \frac{\mathbf{p}_e^2}{2m_e} + \frac{ze^2}{|\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_p|}$$

לאחר טרנספורמציה קאנונית למרכז המסה

$$= \frac{p_{cm}^2}{2M} + \overbrace{\frac{p^2}{2\mu} - \frac{ze^2}{r}}^{\text{electron}}$$

לאחר הטרנספורמציה, ההמילטוניאן -

$$H = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}r\right) + \frac{\mathbf{L}^2}{2\mu r^2} - \frac{ze^2}{r}$$

הפרדת משתים, הפתרונות הם $R_{n,l}(r)Y_{lm}(\theta,\phi)$ $E_{n,l}$. $\Delta_n = \frac{\hbar^2}{2\mu a_n^2} = 4|E_n|$, $\lambda_n = \frac{ze^2}{a_n\Delta_n}$

והקבועים

$$\lambda_n = n = 1,\dots\infty$$
$$a_n = \left(\frac{\hbar^2}{2ze^2\mu}\right)n$$
$$E_n = -\left(\frac{z^2}{n^2}\right)\left(\frac{e^2}{2a_B}\right)$$

כאשר $a_B = 2a_1 = 0.529$, $E_1 = 13.6eV$

- מומנט מגנטי - $\vec{\mu} = \frac{1}{2}IA$
- עבור אלקטרון באטום - $\vec{\mu} = \underbrace{\left(\frac{\hbar e}{2mc}\right)}_{\mu_B}\frac{\mathbf{L}}{\hbar}$
- אנרגיה - $E_B(z) = -\mu_B\left(B_0 + \frac{\partial B}{\partial z}\cdot z\right)\cdot m$
- פיצול זימן - מפצל ל־$\mu_B B$.

ספין

מטריצות פאולי, בבסיס $s_z = \{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\} = \left\{\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right\}$

$$\boldsymbol{\sigma} = \left[\begin{pmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0 & -i\\i & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{pmatrix}\right]$$

$\sigma_\alpha^2 = 1$, יחסי חילוף - $[\sigma_\alpha, \sigma_\beta] = i\sigma_\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$

- עבור $AI + \mathbf{B}\boldsymbol{\sigma}$, הע"ע הם $A + |\mathbf{B}|$.
- $|\uparrow\rangle_z = \frac{1}{\sqrt{2}}|x+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|x-\rangle$.

$S_\alpha = \frac{1}{2}\hbar\sigma_\alpha$. $e^{i\theta\sigma^\alpha} = \cos\theta + i\sigma^\alpha\sin\theta$

- עבור $\hat{n} = (\sin\theta\cos\phi, \sin\theta\sin\phi, \cos\theta)$
- אחרי שני מקטבים - $\hat{n}, \hat{n}'$ $= |\langle +n| + n'\rangle|^2 = \frac{I_{out}}{I_{in}} = R$ $\left(\frac{1+\hat{n}\hat{n}'}{2}\right)$
- פרצסיה - עבור $\vec{B} = B\hat{z}$,

$$H = -\frac{g\mu_B}{\hbar}BS^z$$

תדירות הפרצסיה - $\Omega = \frac{g\mu_B B}{\hbar}$

הפרעות

- $H = H_0 + \lambda H'$
- לא מנוון -
- $E_n^{(1)} = \left\langle\phi_n^{(0)}|H'|\phi_n^{(0)}\right\rangle$
- $\psi_n^{(1)} = -\sum_{m\neq n}\frac{H'_{nm}}{E_m^{(0)} - E_n^{(0)}}\left|\psi_m^{(0)}\right\rangle$
- $E_n^{(2)} = \sum_{k\neq n}\frac{\left|\left\langle\phi_k^{(0)}|H'|\phi_n^{(0)}\right\rangle\right|^2}{E_n^{(0)} - E_k^{(0)}}$
- מנוון - צריך ללכסן את תת־המרחב המנוון בהפרעה.
- אפקט סטארק - $\lambda H' = e\varepsilon_z z = e\varepsilon r\cos\theta$
  - איבר ראשון מתאפס.

מטריצת צפיפות:

- האופרטור: $\rho = \sum_i \frac{n_i}{N}|\psi_i\rangle\langle\psi_i| = \sum_i p_i|\psi_i\rangle\langle\psi_i|$
- $\overline{\langle\Omega\rangle} = \mathrm{trace}(\rho\Omega)$
- רק במצב טהור, $\rho^2 = \rho$.
- $\mathrm{trace}\rho = 1$. ρ הרמיטי וחיובית
- $i\hbar\frac{\partial\rho}{\partial t} = -[\rho, H]$
- **הצגת איזנברג** – התפתחות בזמן של אופרטור: $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}B(T) = \frac{i}{\hbar}[H, B(t)]$

אינטגרלי מסלול

- $U(x_N, t_N, x_0, t_0) = \sum_{x(t)} e^{iS[x(t)]/\hbar}$
- פרופגטור של חלקיק חופשי: $U(t) = \sqrt{\frac{m}{2\pi\hbar i(t_N - t_0)}}\exp\left(\frac{im(x_N - x_0)^2}{2\hbar(t_N - t_0)}\right)$

סימטריה

- הזזות: $T(\varepsilon) = I - \frac{i\varepsilon}{\hbar}P \implies T_a = e^{-iaP/\hbar} = e^{-a\partial_x}$
- הזזות בזמן: $|\psi(t_1 + \varepsilon)\rangle = \left[I - \frac{i\varepsilon}{\hbar}H(t_1)\right]|\psi(t_1)\rangle$
- יחסי חילוף לסיבובים: $R_z(\varepsilon)R_y(\varepsilon) - R_y(\varepsilon)R_x(\varepsilon) = R_z\left(\varepsilon^2\right) - R_{any}(0)$
- לזוויות קטנות: $D(\hat{n}, \mathrm{d}\phi) = 1 - i\left(\frac{\mathbf{J}\cdot\hat{n}}{\hbar}\right)$
- סיבוב סופי: $\mathcal{D}_z = \lim_{N\to\infty}\left[I - i\left(\frac{J_z}{\hbar}\right)\left(\frac{\phi}{N}\right)\right]^N = e^{-iJ_z\phi/\hbar}$

קלבש!

- בוחרים את $j = j_1 + j_2$, ומשתמשים באופרטור ההורדה עד ל־$j_1 - j_2$.
- המקדם של $j - j_1$ נבחר כחיובי

כל מני מטריצות

- חיבור שני ספיני חצי, בבסיס של $\left\{S_1^2, S_1^z, S_2^2, S_2^z\right\}$

$$J^2 = \hbar^2\begin{pmatrix}2 & & & \\ & 1 & 1 & \\ & 1 & 1 & \\ & & & 2\end{pmatrix}$$

$$J_z = \hbar\begin{pmatrix}1 & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & -1\end{pmatrix}$$

$$S_1S_2 = \frac{\hbar^2}{4}\begin{pmatrix}1 & & & \\ & -1 & 2 & \\ & 2 & -1 & \\ & & & 1\end{pmatrix}$$

עוד אטום מימן

1. $H_0 = \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu} - \frac{ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$
2. יחסותי: $H_1 = -\frac{1}{2}\left(\frac{\mathbf{p}^2}{2m_e}\right)^2 \frac{1}{m_e c^2}$
3. ספין־מסילה: $H_2 = \frac{1}{2}\frac{zr^2}{4\pi\varepsilon-0}\frac{1}{m_e^2c^2}\frac{\mathbf{S}\cdot\mathbf{L}}{r^3}$
4. $\left\langle \frac{1}{r_3}\right\rangle_{n,\ell} = \frac{z^3}{a_0^3}\frac{2}{n^3\ell(\ell+1)(2\ell+1)}$
5. $\Delta E_{rel} = -\frac{1}{2} \frac{m_ec^2\alpha^4}{n^3}\left[\frac{2}{2\ell+1} - \frac{3}{4n}\right]$
6. $\Delta E_{LS} = \frac{1}{4}\frac{m_ec^2\alpha^4}{n^3}\frac{\begin{Bmatrix}\ell\\-\ell-1\end{Bmatrix}\begin{cases}j=\ell+\frac{1}{2}\\ j=\ell-\frac{1}{2}\end{cases}}{\ell\left(\ell=\frac{1}{2}\right)(\ell+1)}$
7. $\Delta E_{tot} = -\frac{1}{2}\frac{m_ec^2\alpha^4}{n^3}\left[\frac{1}{\underbrace{\ell}_{j+\frac{1}{2}}} - \frac{3}{4n}\right]$

חלקיק בשדה מגנטי

- חופש כיול: $\mathbf{A}' = \mathbf{A}(\mathbf{r},t) - \vec\nabla g(\mathbf{r},t)$, $\phi'(\mathbf{r},t) = \phi(\mathbf{r},t) + \frac{\partial\phi(\mathbf{r},t)}{\partial t}$
- המילטוניאן: $H = \frac{1}{2m_e}\left(\mathbf{p}+e\mathbf{A}(\mathbf{r},t)\right)^2 - e\phi(\mathbf{r},t)$
- לגרנז'יאן: $L = \frac{1}{2} m_e\dot{\mathbf{x}}^2 + e\phi - e\dot{\mathbf{x}}\cdot A$
- שרדינגר: $i\hbar\partial_t\psi = \left[\frac{1}{2m_e}\left(-i\hbar\vec\nabla + e\mathbf{A}\right)^2 - e\phi\right]\psi$
- חופש הכיול משנה את הפאזה: $\psi' = e^{i\frac{e}{\hbar}g(\mathbf{r},t)}\psi$
- בשדה מגנטי קבוע: $\mathbf{B} = B\hat z$
- כיול לנדאו: $\mathbf{A} = (-By,0,0)$
- המהירות: $v_i = \frac{1}{m_e}[p_i + eA_i]$. $p\neq mv$
- ההמילטוניאן: $H = \frac{1}{2m_e}(p_x - eBy)^2 + \frac{1}{2m_e}P_y^2 + \frac{1}{2m_e}P_z^2$
- ספקטרום: $E = \left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c + \frac{p_z^2}{2m_e}$ $\omega_c = \frac{eB}{m_e}$
- אפקט בוהם אהרונוב:

$$E_m = \left[\hbar\left(m - \frac{q\Phi}{hc}\right)\right]^2\frac{1}{2I} = \frac{\hbar^2}{2mR^2}\left(m-\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)^2$$

כאשר $\Phi_0 = \frac{hc}{e}$

- בנוכחות שדה מגנטי: $\mathbf{p}\to\mathbf{p}-\frac{q}{c}\mathbf{A}$. ולכן

$$\mathbf{L} = \mathbf{r}\times\mathbf{p}_{mec} = \mathbf{r}\times\mathbf{p} - \frac{q}{c}\mathbf{r}\times\mathbf{A}$$

ו־ $L_z = \underbrace{(\mathbf{r}\times\mathbf{p})_z}_{-\frac{i\hbar\partial}{\partial\theta}} - \underbrace{\frac{q}{c}r\hat r\times\frac{\Phi}{2\pi}\cdot\hat\theta}_{\frac{q\Phi}{2\pi c}}$

כל מני זימנים

- ללא התיחסות לספין: $\underbrace{\gamma B_0}_{\omega_L}\hat L_z$
- האנומלי, בשדה חזק: $H_0 = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{r} + A\mathbf{L}\cdot\mathbf{S} + Bp^4$
  - Bp^4 תיקון יחסותי.
  - $H_{int} = \gamma\mathbf{B}\cdot\left(\mathbf{L} + \underbrace{\mathbf{2}}_{g_e}\mathbf{S}\right)$
  - מזניחים את LS ואת p^4 , ומקבלים

$$\langle n,\ell,s,m_\ell,m_s|L_z+2S_z|n,\ell,s,m_\ell,m_s\rangle = \hbar m_\ell + 2\hbar m_s$$

- בשדה חלש, $g=2$, $L_z+2S_z = J_z+S_Z$:

$$\langle n,\ell,s,j,m_j|J_z+S_z|n,\ell,s,j,m_j\rangle = m_j\hbar + \langle j,m_j|s_z|j,m_j\rangle$$

בעיות תלויות בזמן

- ספין בשדה מגנטי משתנה: $\boldsymbol\omega_0 = -\gamma\mathbf{B}_0$, יש שדה אפקטיבי $\mathbf{B}_r = \mathbf{B}_0 + \omega/\gamma$,
  - עוברים למערכת צירים שמסתובבת עם השדה
  - במערכת החדשה: $\mathbf{B}_r = B\hat x_r + \left(B_0 - \frac{\omega}{\gamma}\right)\hat z$
  - הפתרון:

$$\mu_z(t) = \mu_z(t=0)\cdot\left[\frac{(\omega_0-\omega)^2}{(\omega_0-\omega)^2+\gamma^2B^2} + \frac{\omega^2B^2\cos(\omega_r t)}{(\omega_0-\omega)^2+\gamma^2B^2}\right]$$

- קירוב אדיבאטי: נשאר באותו מצב. הע"ע משתנה. תקף כאשר $T \gg \frac{\hbar}{\Delta E_{min}}$
- תורת הפרעות:
  - מציבים את $d_f = \delta_{fi}$ ב־ $i\hbar\dot d_f(t) = \sum_n \left\langle f^0\middle|H'(t)\middle|n^0\right\rangle e^{i\omega_{fn}t}d_n(t)$ בצורה איטרטיבית
  - מסדר ראשון: $d_f(t) = \delta_{fi} - \frac{i}{\hbar}\int_0^t\left\langle f^0\middle|H'(t')\middle|n^0\right\rangle e^{i\omega_{fi}t'}\mathrm{d}t'$
  - $H_I'(T)=U_s^{0\dagger}H_s'U_s^0$
- כלל הזהב של פרמי, עבור הפרעה מחזורית

$$R_{i\to f} = \frac{\overbrace{P_{i\to f}}^{|\mathrm{d}_f|^2}}{T} = \frac{2\pi}{\hbar}\left|H'_{fi}\right|^2\delta\left(E_f^0 - E_i^0 - \hbar\omega\right)$$

Edited by Ronen Abravanel. Newer version in www.technion.ac.il/~ronen. For corrections: ronen@tx.technion.ac.il. July 2009