תוכן עניינים

1 נספח מתמטי

1.1 פוריה

- התמרת פוריה - $G(k)=\mathcal{F}(f)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}dx\,f(x)e^{-ikx}$
- $f(x-a)\Rightarrow e^{-iak}\hat{f}$ $\quad e^{2\pi iax}f(x)\Rightarrow\hat{f}(k+2\pi a)$
- $\frac{d^nf(x)}{dx^n}=(ik)^n\hat{f}$ - $e^{iax}f\Rightarrow\hat{f}(k-a)$
- $e^{-\frac{x^2}{2a^2}}\Rightarrow e^{-\frac{k^2}{2}a^2}$ - $e^{-a|x|}\Rightarrow\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{a}{a^2+k^2}$
- $\delta(x)\rightarrow\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ - $e^{i\alpha x}\Rightarrow\sqrt{2\pi}\delta(k-\alpha)$
- $\sin(ax)\Rightarrow i\sqrt{2\pi}\frac{\delta(k+a)-\delta(\omega-a)}{2}$ $\mathbf{f(ax)\Rightarrow\frac{1}{a}\hat{f}\left(\frac{x}{a}\right)}$
- $\mathbf{f(x)\cos(k_0x)\Rightarrow\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int dx\,e^{-ikx}\frac{e^{ik_0x}+e^{-ik_0x}}{2}f(x)}$

1.2 מתמטיקה

- $e^x=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$ (סביב אפס)
- $\sin x=\sum\frac{(-1)^n}{(2n+1)!}x^{2n+1}$ $\cos x=\sum\frac{(-1)^n}{(2n)!}x^{2n}$
- $\delta\left[\phi\left[x\right]\right]=\sum_i\frac{1}{|\phi'(a_i)|}\delta\left(x-a_i\right)$, כאשר a_i הן נקודות ההתאפסות.
- $\int\delta'\left(x\right)f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\delta\left(x\right)f'\left(x\right)\mathrm{d}x$

1.3 אינטגרלים

- $\int_{-\infty}^{\infty}dx\,e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}=\sqrt{2\pi\sigma^2}$
  - לגואסיאן $\langle x\rangle=x_0,\left\langle x^2\right\rangle=\sigma^2+x_0^2$
- $\int\frac{1}{a^2+x^2}=\frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a}$.$\int\frac{1}{ax+b}=\frac{1}{a}\ln(ax+b)$ $\int\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}=\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$
- $\int xe^{ax}=\left(\frac{x}{a}-\frac{1}{a^2}\right)e^{ax}$ $\quad\int xe^{-x^2}=-\frac{e^{-x^2}}{2}$
- $\int e^x\sin x=\frac{1}{2}e^x(\sin x-\cos x)$
- $\int x\sin(ax)=-\frac{x\cos ax}{a}+\frac{\sin ax}{a^2}$
- $\int x^2\sin x dx=\left(2-x^2\right)\cos x+2x\sin x$
- חוק גאוס: $\iiint_V(\mathrm{div}\mathbf{F})\mathrm{d}V=\iint_{\partial V}\mathbf{F}\mathrm{d}S$
- משפט גרין: $\int_C(L\mathrm{d}x+M\mathrm{d}y)=\iint_D\left(\frac{\partial M}{\partial x}-\frac{\partial L}{\partial y}\right)\mathrm{d}A$

1.4 זהויות וקטוריות

- $\boldsymbol{\nabla}\frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}=\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}$
- $\nabla^2\frac{1}{r}=-4\pi\delta\left(r\right)$
- $\delta\left(\mathbf{r}\right)=\delta\left(x\right)\delta\left(y\right)\delta\left(z\right)$
- משפט גאוס: $\int_V\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{A}\mathrm{d}^3r=\int_{\partial V}\mathbf{A}\cdot\mathrm{d}\mathbf{S}$
- משפט סטוקס: $\oint_{\partial A}\mathbf{F}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l}=\iint_A\left(\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{F}\right)\cdot d\hat{n}$
- $\int_{\mathbf{a}}^{\mathbf{b}}\left(\nabla f\right)\cdot\mathrm{d}\ell=f\left(\mathbf{b}\right)-f\left(\mathbf{a}\right)$
- $\int_V\boldsymbol{\nabla}f\mathrm{d}V=\int_Sf\hat{n}\mathrm{d}S$
- $\int_V\left(\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{A}\right)\mathrm{d}V=-\int_S\mathbf{A}\times\hat{n}\mathrm{d}s$
- $\int_V\left(f\nabla^2g-g\nabla^2f\right)\mathrm{d}V=\oint_S\left(f\nabla g-g\nabla f\right)\cdot\hat{n}\mathrm{d}S$
- $A\cdot(B\times C)=(A\times B)\cdot C=C\cdot(A\times B)=(C\times A)\cdot B=B\cdot(C\times A)$
- $A\times(B\times C)=B\left(A\cdot C\right)-C\left(A\cdot B\right)$
- $(A\times B)\cdot(C\times D)=\left(A\cdot C\right)\left(B\cdot D\right)-\left(A\cdot D\right)\left(B\cdot C\right)$
- $\nabla\left(fg\right)=f\nabla g+g\nabla f$
- $\nabla\left(A\cdot B\right)=A\times\left(\boldsymbol{\nabla}\times B\right)+B\times\left(\boldsymbol{\nabla}\times A\right)+\left(\boldsymbol{\nabla}\cdot A\right)B+\left(\boldsymbol{\nabla}\cdot B\right)A$
- $\boldsymbol{\nabla}\cdot\left(fA\right)=f\left(\boldsymbol{\nabla}\cdot A\right)+A\cdot\boldsymbol{\nabla}f$
- $\boldsymbol{\nabla}\cdot\left(A\times B\right)=B\cdot\left(\boldsymbol{\nabla}\times A\right)-A\cdot\left(\boldsymbol{\nabla}\times B\right)$
- $\boldsymbol{\nabla}\times\left(fA\right)=f\left(\boldsymbol{\nabla}\times A\right)-A\times\left(\boldsymbol{\nabla}f\right)$
- $\boldsymbol{\nabla}\times\left(A\times B\right)=A\left(\boldsymbol{\nabla}\cdot B\right)-B\left(\boldsymbol{\nabla}\cdot A\right)+\left(B\boldsymbol{\nabla}\cdot A\right)+\left(B\cdot\boldsymbol{\nabla}\right)-\left(A\cdot\boldsymbol{\nabla}\right)B$
- $\boldsymbol{\nabla}\times\left(\boldsymbol{\nabla}\times A\right)=\boldsymbol{\nabla}\left(\boldsymbol{\nabla}\cdot A\right)-\nabla^2A$
- $\boldsymbol{\nabla}\cdot\left(\boldsymbol{\nabla}\times A\right)=0$
- $\boldsymbol{\nabla}\times\left(\boldsymbol{\nabla}f\right)=0$

1.5 לוי־צ'יויטה

- $\varepsilon^{ij}\varepsilon_{mn} = \delta_i^m\delta_j^n - \delta_i^n\delta_j^m$, $\varepsilon_{ij}\varepsilon^{in} = \delta_j^n$, $\varepsilon_{ij}\varepsilon^{ij} = 2$
- $\varepsilon_{jmn}\varepsilon^{imn} = 2\delta_j^i$, $\varepsilon_{ijk}\varepsilon^{ijk} = 6$, $\varepsilon_{ijk}\varepsilon^{imn} = \delta_j^m\delta_k^n - \delta_j^n\delta_k^m$
- $(A \times B)^i = \varepsilon^{ijk}A^iB^k$
- $(\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{F})^i = \varepsilon^{ijk}\partial_j F_k$

1.6 פעולות וקטוריות

כדוריות

- $x = r\sin\theta\cos\phi,\ y = r\sin\theta\sin\phi,\ z = r\cos\theta$ כאשר ϕ היא במישור $x-y$ ו־θ הזווית מ־z.
- גרדיאנט: $\frac{\partial f}{\partial r}\hat{\boldsymbol{r}} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial\theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial\phi}\hat{\boldsymbol{\phi}}$
- לפלסיאן: $\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial f}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial\phi^2}$
- יעקוביאן: $dV = r^2\sin\theta\,dr\,d\theta\,d\phi$

גליליות

- $x = \rho\cos\phi,\ y = \rho\sin\phi,\ z = z$
- גרדיאנט: $\frac{\partial f}{\partial\rho}\hat{\boldsymbol{\rho}} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial\phi}\hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\boldsymbol{z}}$
- לפלסיאן: $\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial f}{\partial\rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 f}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$
- יעקוביאן: $dV = \rho\,d\rho\,d\phi\,dz$

1.7 נגזרות

בקואורדינות כדוריות $\boldsymbol{\nabla}=\hat{r}\frac{\partial}{\partial r}+\hat{\theta}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\hat{\phi}\left(\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\phi}\right)$
$\boldsymbol{\nabla}^2=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial f}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial\phi^2}$
בגליליות $\nabla f=\frac{\partial f}{\partial r}\hat{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial\phi}\hat{\phi}+\frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$

- $x = r\cos\phi\sin\theta$, $y = r\sin\phi\sin\theta$ $z = r\cos\theta$

1.8 זהויות טריגונומטריות

- $\sin(\theta\pm\varphi)=\sin\theta\cos\varphi\pm\cos\theta\sin\varphi$ $\cos(\theta\pm\varphi)=\cos\theta\cos\varphi\mp\sin\theta\sin\varphi$
- $\cos 2\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta=2\cos^2\theta-1=1-2\sin^2\theta$ $\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta$
- $\cos\cos=\frac{1}{2}(\cos\Delta+\cos\Sigma)$ $\sin\sin=\frac{1}{2}(\cos\Delta-\cos\Sigma)$
- $\sin\cos=\frac{1}{2}(\sin\Sigma+\sin\Delta)$ $\sin+\sin=2\sin\frac{\Sigma}{2}\cos\frac{\Delta}{2}$
- $\cos+\cos=2\cos\frac{\Sigma}{2}\cos\frac{\Delta}{2}$ $\sin^2\theta=\frac{1-\cos 2\theta}{2}$
- $\cos^2\theta=\frac{1+\cos 2\theta}{2}$

1.9 זהויות היפרבוליות

- $\mathrm{arcsinh}x=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$, $\mathrm{arccosh}x=\ln\left(x+\sqrt{x-1}\sqrt{x+1}\right)$ $\mathrm{arctanh}x=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$
- $\sinh(x+y)=\sinh x\cosh y+\cosh x\sinh y$ $\cosh(x+y)=\cosh x\cosh y+\sinh x\sinh y$
- $\tanh(x+y)=\frac{\tanh x+\tanh y}{1+\tanh x\tanh y}$
- $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$

1.10 טנזורים

- $v_j = g_{jk}v^k$, $v^j = g^{jk}v_k$ $(v)^2 = v_jv^j = v_jg^{jk}v_k$, $(g^{-1})_{jk} = (g^{jk})$, $g_{ij}g^{jk} = \delta_i^k$

משוואות מקסוול, לא קוואריאנטי

2 פיזיקה

Maxwelll Equations	
$\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{E} = 4\pi\rho$	(M1)
$\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{B} = 0$	(M2)
$\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} = 0$	(M3)
$-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} + (\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{B}) = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}$	(M4)

$\mathbf{B} = \boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{A}, \mathbf{E} = -\boldsymbol{\nabla}\phi - \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}$.

2.1 יחסות

- במרחב מינקוווסקי, $g = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & -1 & & \\ & & -1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix}$.
- תחת סיבוב, נשמרים הטנזור המטרי וסקאלרים (או: טנזורים סקאלרים), ו־ε^{ijkl}.
- ארבע וקטורים: $x^\mu = (ct,x,y,z)$, $x_\mu = (ct,-x,-y,-z)$, $u^\mu = \frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}s} = \gamma\left(1,\frac{\mathbf{v}}{c}\right)$, $a^\mu =$, $A^\mu = (\phi,\mathbf{A})$, $j^\mu = (c\rho,\mathbf{J})$
- $u^\mu u_\mu = 1$, $u_\mu a^\mu = 0$ (לכן ארבע תאוצה היא תמיד space-like), $p^\mu = mcu^\mu = (E,\mathbf{p})$,
- האנרגיה: $E^2 = \mathbf{p}^2 + c^2m^2c^4$
- עבור פעולה פיזיקאלית, $\mathrm{d}s = \frac{\mathrm{d}t}{\gamma}$, $\mathrm{d}s$ קבוע בכל מערכות היחוס.
- מתארכות הזמן: $\mathrm{d}t_{self} = \frac{\mathrm{d}t}{\gamma}$. הזמן העצמי הוא הקצר ביותר.
- התקצרות האורך: $\ell_{self} = \gamma\ell_{lab}$, האורך העצמי הוא הארוך ביותר.
- סיבוב סביב ציר z: $\Lambda^\mu{}_\nu = \Lambda_\mu{}^\nu = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \cos\theta & \sin\theta \\ & & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$
- בוסט בכיוון $\hat{x}$: $\Lambda^\mu{}_\nu = \begin{pmatrix} \cosh\phi & -\sinh\phi & & \\ -\sinh\phi & \cosh\phi & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{pmatrix}$, כאשר ϕ היא Rapidity.
- $\cosh\phi = \gamma$, $\sinh\phi = (\pm)\beta\gamma$, $\phi = \mathrm{arctanh}\beta$
- במערכת העצמית של החלקיק, $s = c\tau$.

2.2 טנזור אלקטרומגנטי

- $$F_{\mu\nu}=\begin{pmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & -B_z & B_y \\ -E_y & B_z & 0 & -B_x \\ -E_z & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}$$
- $\boxed{F_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu}$
- כיול: $A_\mu\to A_\mu+\partial_\mu\Lambda$, לא משנה את התוצאה הפיזיקאלית.
- $\boxed{(F^\star)^{\mu\nu}=\frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}F_{\alpha\beta}}$, משאיר את E ומשנה $B\to -B$
- סקאלרים: $(F^\star)^{\mu\nu}F_{\mu\nu}=-2E\cdot B$
- $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}=-2\left(E^2-B^2\right)$.
- **משוואות מקסוול ההומוגניות** $\boxed{\partial_\beta (F^\star)^{\alpha\beta}=0}$, מגלם את זה הטנזור נקבע על ידי ארבע־פוטנציאל.
- שדות סטטיים מקיימין אחד מהנ"ל: **(1)** שדה חשמלי בלבד **(2)** שדה מגנטי בלבד **(3)** שדות ניצבים ושווים **(4)** שדות מקבילים.
- טרנספורמציית לורנץ לש שדות: $E'_{y,z}=\gamma\left(E_{y,z}+\beta B_{z,y}\right),B'_{y,z}=\gamma\left(B_{y,z}-\beta E_{z,y}\right)$, עבור $\beta=\beta\hat{x}$, בציר $\hat{x}$ השדות לא משתנים.

2.3 פעולה ושטויות

- עבור חלקיק חופשי, $\boxed{S_{free}=(-mc)\int \mathrm{d}s}$, או $L=-\frac{mc^2}{\gamma(v)}$, כאשר $S=\int L\mathrm{d}t$, התנע $\mathbf{p}=\gamma mv$ והאנרגיה $E=\mathbf{p}\cdot\mathbf{v}-L=mc^2\gamma$
- $(\mathrm{d}s)^2=\mathrm{d}x_\mu\mathrm{d}x^\mu$, אזי $(\mathrm{d}s)=\sqrt{\mathrm{d}x_\mu\mathrm{d}x^\mu}$ ו־ $\delta(\mathrm{d}s)=\frac{\delta(\mathrm{d}x_\mu\mathrm{d}x^\mu)}{2\sqrt{\mathrm{d}x_\mu\mathrm{d}x^\mu}}=\frac{1}{2\mathrm{d}s}\left[\delta(\mathrm{d}x_\mu)\mathrm{d}x^\mu+\delta(\mathrm{d}x^\mu)\mathrm{d}x_\mu\right]=\frac{1}{\mathrm{d}s}\delta(\mathrm{d}x_\mu)\mathrm{d}x^\mu=u^\mu\cdot\delta(\mathrm{d}x_\mu)$ (כי $u^\mu=\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}s}$) , לכן $\delta(\mathrm{d}s)=\mathrm{d}(u^\mu\delta x_\mu)-(\mathrm{d}u^\mu)\delta x_\mu$
- הפעולה מורכבת מ־$S_{free}+S_{int}$, כאשר $\boxed{S_{int}=-\frac{e}{c}\int A_\mu\mathrm{d}x^\mu}$.
- ואריאציה: $\delta S_{free}=-mc\left.(u_\mu\delta(x^\mu))\right|_{\mathrm{baundry}}+mc\int \dot{u}\delta(x^\mu)\mathrm{d}s$
- עבור איבר האינטראקציה: $\delta(A_\mu\mathrm{d}x^\mu)=(\delta A)_\mu\mathrm{d}x^\mu+A_\mu\delta(\mathrm{d}x)^\mu=(\partial_\nu A_\mu)(\delta x^\nu)\mathrm{d}x^\mu+A_\mu\delta(\mathrm{d}x)^\mu$, כאשר $\delta(A_\nu(x_\nu))=\frac{\partial A_\nu}{\partial x_\nu}\delta x^\nu$. עבור הביטוי האחרון, אינטגרציה בחלקים נותנת: $A_\mu\delta(\mathrm{d}x)^\mu=\mathrm{d}(A_\mu\delta x^\mu)-(\mathrm{d}A)_\mu\delta x^\mu=\mathrm{d}(A_\mu\delta x^\mu)-(\partial_\nu A_\mu)\mathrm{d}x^\nu\delta x^\mu$. מחברים את שני הביטויים הראשונים ומשנים את אינדקסי הסכימה, לכבלת $\delta(A_\mu\mathrm{d}x^\mu)=\mathrm{d}(A_\mu\delta x^\mu)+(\partial_\mu A_\nu)(\delta x^\mu)\mathrm{d}x^\nu-(\partial_\nu A_\mu)\mathrm{d}x^\nu\delta x^\mu$, האיבר הראשון הוא איבר שפה, ולכן לא תורם, ונקבל, $\mathrm{d}(A_\mu\mathrm{d}x^\mu)=\ldots=((\partial_\mu A_\nu)-(\partial_\nu A_\mu))u^\nu\mathrm{d}s\delta x^\mu=F_{\mu\nu}u^\nu\mathrm{d}s\delta x^\mu$ לכן, $\delta S_{int}=-\frac{e}{c}\left.(A_\mu\delta x^\mu)\right|_{\mathrm{baundry}}-\frac{e}{c}\int F_{\mu\nu}u^\nu\mathrm{d}s\delta x^\nu$
- כדי למצוא את משוואות התנועה, נאפס את שתי הפעולות ביחד, ונקבל $\boxed{mc\dot{u}_\mu-\frac{e}{c}F_{\mu\nu}u^\nu=0}$, זהו כח לורנץ יחסותי.

2.4 זרמים

- $\mathrm{d}\Omega=(c\mathrm{d}t)(\mathrm{d}V)$, והוא סקאלר־לורנץ, וגם $\delta^{(4)}(x)$.
- $j^\mu=\rho\frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}t}$, כאשר $\rho=\sum_a e_a\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_a)$
- עבור חלקיק בתנועה, שמסלולו $z(\tau)$, , $\rho(\mathbf{x})=\int \mathrm{d}\tau\,\delta^{(4)}(x-z(\tau))=\int\frac{c\mathrm{d}t}{\gamma}\delta^4(x-z(\tau))=\frac{1}{\gamma}\delta^{(3)}(\mathbf{x}-\mathbf{z}(\tau))$, עבור τ שמקיים $t=z^0(\tau)$.
- צפיפות הזרם $=j^\mu(x)=e\int\delta^4(x-z(\tau))\mathrm{d}\tau\,\dot{z}^\mu(\tau)=\frac{e}{\gamma}\delta^{(3)}(x-z(\tau))\dot{z}^\mu(\tau)$, לכן $j^0=d\delta^{(3)}(x-\rho(\tau))\cdot c$, ו־ $j^i=e\delta^{(3)}(x-\rho)v_j=\mathbf{J}$
- פעולת האינטראקציה, $\boxed{S_{int}=-\frac{e}{c}\int A_\mu\mathrm{d}x^\mu=-\frac{1}{c}\int A_\mu(x)j^\mu(x)\mathrm{d}\Omega}$, כי מאחר ו־$j$ הוא פונקציית דלתא, הוא ממשקל את $\mathrm{d}\Omega$ במיקום החלקיק.
- A_μ אינוורינטי לכיול $\iff$ מתקיים שימור זרם, $\partial_\mu j^\mu=0$.

2.5 משוואות מקסוול האי־הומוגניות

- ב־cgs, הפעולה על שדות, $\boxed{S_{fields}=-\frac{1}{16\pi c}\int F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\mathrm{d}\Omega}$, אין ואריאציה בקצוות, והשדות דועכים רחוק
- $\delta(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu})=2F^{\mu\nu}\delta(F^{\mu\nu})$, אבל $\delta(F^{\mu\nu})=\delta(\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu)=\partial_\mu\delta A_\nu-\partial_\nu\delta A_\mu$, ולכן, $\delta(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu})=2F^{\mu\nu}(\partial_\mu\delta_\nu-\partial_\nu\delta A_\mu)=4F^{\mu\nu}\partial_\mu\delta A_\nu$. כדי שיהיה לנו איבר שפה שאפשר להפטר ממנו, $4\partial_\mu(F^{\mu\nu}\delta A_\nu)-4(\partial_\mu F^{\mu\nu})\delta A_\nu=$, ולכן, כשמסירים אברי שפה, מקבלים $\delta S_{field}=\frac{1}{4\pi c}\int\mathrm{d}\Omega(\partial_\mu F^{\mu\nu})\delta A_\nu$. כאשר עושים ואריאציה על השדה בפעולת האינטגראקציה, מקבלים $\delta S_{int}=-\frac{1}{c^2}\int\delta A_\mu j^\mu\mathrm{d}\Omega$
- מהשוואה, מקבלים את משוואות מקסוול, $\boxed{\partial_\mu F^{\mu\nu}=\frac{4\pi}{c}j^\nu}$.

2.6 טנזור מאמץ

- אם $F_g[f]=\int g(x)f(X)\mathrm{d}x$, כאשר F_g פונקציונאל, נגדיר: $\frac{\delta F_g}{\delta f(x)}=g(x)$, עבור פונקציונאל $L[x]=\frac{m}{2}\int\dot{x}^2(t)\mathrm{d}t$, $\delta L=m\int\dot{x}\delta\dot{x}\mathrm{d}t=m\int\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\dot{x}\delta x)\mathrm{d}t-m\int(\ddot{x}\delta x)\mathrm{d}t$, אז $\frac{\delta L}{\delta x(t)}=-m\ddot{x}(t)$.

$$T^{\mu\nu}=\frac{1}{4\pi}\left(\begin{array}{c|c} \frac{1}{2}\left(E^2+B^2\right) & \mathbf{E}\times\mathbf{B} \\ \hline \mathbf{E}\times\mathbf{B} & -E_iE_j-B_iB_j+\frac{1}{2}\delta_{ij}\left(E^2+B^2\right) \end{array}\right)$$

- $\boxed{T^{\alpha\beta}=\frac{1}{4\pi}\left(-F^{\alpha\mu}F^\beta{}_\mu+\frac{1}{4}g^{\alpha\beta}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}\right)}$
- טנזור המאמץ מקיים: $\partial_\alpha T^{\alpha\beta}=-\frac{1}{c}j^\mu F^\beta{}_\mu$. למשל, $\frac{1}{c}j_\alpha F^{\alpha 0}=\frac{1}{c}\mathbf{J}\cdot\mathbf{E}$
- בניסוח אינטגרלי, $\int_{\partial\Omega}T^{\alpha\beta}\mathrm{d}S_\alpha=\frac{1}{c}\int\left(j_\alpha F^{\alpha\beta}\right)\mathrm{d}\Omega$ היא משוואת שימור הזרם.
- $-\frac{1}{c}j^\mu F^\beta{}_\mu$ הוא הכח (ליחידת נפח) שפועל על מקורות: $\rho\mathbf{E}+\frac{\mathbf{J}\times\mathbf{B}}{c}$.

- משטח שהנורמל שלו $\hat{n}$, בולע שדה חשמלי $\mathbf{E}$, אז $\mathrm{d}F^i = T_{ij}n^j\mathrm{d}a$ (הכח ליחידת נפח $f^i = \partial_j T^{ij}$, אז $F^i = \int f^i\mathrm{dV} = \int \partial_i T^{ij}\mathrm{dV} = \int T^{ij}\mathrm{d}S$)

2.7 פוטנציאלים

- פונקציה הרמונית מקבלת את ערכי הקיצון על השפה
- אם ϕ הרמונית, אז $\phi(x)$ היא הממצוע על ספרה שמרכזה ב־x
- משוואת פואסון: $\Delta\phi = -4\phi\rho$, נפתרת על ידי $\phi(x) = \int\frac{\rho(y)}{|x-y|}\mathrm{d}y$,
- עבור מטען במהירות קבועה ϕ, $E_j = e\frac{x_j}{r^3}, B_j = 0$, אזי $\Lambda = \begin{pmatrix} C & S & & \\ S & C & & \\ & & 1 & \\ & & & 1\end{pmatrix}$, אז $E^2 - B^2 = \frac{e^2}{r^4}, E\cdot B = 0$. מהטרנספורמציה: $x = Cx'$ ו־ $y = y'$ ו־ $z = z'$, ו־ $r^2 = r'^2\left(\cosh^2\phi - \sinh^2\phi\sin^2\theta'\right)$. אזי $E_x(x) = E'_x(x') = e\gamma\frac{x'}{r^3}$. $E_y(x) = \gamma e\frac{y'}{r^3}$. ובאופן כללי, $E'^2 = \gamma^2E^2$.
- השדה המגנטי: $B_i = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}F_{jk}$, ו־ $\boxed{B' = (\beta\times E')}$.
- עבור שדה מגנטי, אותו דבר רק כמה פעמים: $\mathbf{A}(x) = \int\frac{\mathbf{J}(y)}{|x-y|}\mathrm{d}y$ ו־ $\mathbf{B}(x) = \boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{A}(x) = \int\nabla_x\times\left(\frac{J(y)}{|x-y|}\right)\mathrm{d}y = \int\nabla_x\left(\frac{1}{|x-y|}\right)\times J(y)\,\mathrm{d}y = -\int\frac{(x-y)\times J(y)}{|x-y|^3}\mathrm{d}y$.
- עבור דיפול $\mathbf{m}$, מתקיים $(\boldsymbol{\nabla}\times B)(x) = -4\pi(m\times\boldsymbol{\nabla})\delta(x)$ $A(x) = -\int\mathrm{d}y\frac{(m\times\boldsymbol{\nabla})_y\delta(y)}{|x-y|} = -\int\mathrm{d}y\left((m\times\boldsymbol{\nabla})_y\left(\frac{\delta(y)}{|x-y|}\right) - (m\times\boldsymbol{\nabla})_x\frac{\delta(y)}{|x-y|}\right) = (m\times\boldsymbol{\nabla})_x\int\mathrm{d}y\left(\frac{\delta(y)}{|x-y|}\right) = (m\times\boldsymbol{\nabla})\left(\frac{1}{|x|}\right) = -\frac{m\times x}{r^3}$, והשדה המגנטי, $B = \boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{A} = \boldsymbol{\nabla}\times\left(\frac{\mathbf{m}\times\mathbf{x}}{r^3}\right) = \frac{\boldsymbol{\nabla}\times(m\times x)}{r^3} + \boldsymbol{\nabla}\left(\frac{1}{r^3}\right)\times(m\times x) = \frac{m(\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{x}) - (\mathbf{m}\cdot\boldsymbol{\nabla})x}{r^3} - \frac{3x\times(m\times x)}{r^5} = \frac{3mr^2 - r^2m - 3(m(x\cdot x) - x(m\cdot x))}{r^5} = \frac{-m + 3(m\cdot\hat{x})\hat{x}}{r^3}$
- כיול קולון: $\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{A} = 0$. במקרה ובו $\rho = 0$, אפשר גם לקחת $\phi = 0$ בנוסף.
- כיון לורנץ: $\partial_\mu A^\mu = 0$,
- כל שדה וקטורי $\mathbf{V}$ ניתן לפירוק יחיד מהצורה $\mathbf{V} = \mathbf{V}_{rot} + \mathbf{V}_{source} + \mathbf{h}$ כאשר $\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{V}_{rot} = 0$, $\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{V}_{source} = 0$ ו־ $\Delta\mathbf{h} = 0$. את המקורות נגדיר כ־ $\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{V} = 4\pi\mathbf{J}$ ו־ $\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{V} = 4\pi\rho$, ואז נבנה את שני השדות חזרה על פי הנ"ל.
- ניתן תמוד לבחור פוטנציאל וקטורי $\mathbf{A}$ וסקאלרי ϕ כך ש־ $\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{A} = 0$ ו־ $-\Delta\phi = 4\pi\rho$, כלומר, תמיד נוכל לבחור את הפוטנציאל הסקאלרי כאילו הוא פותר בעיות באלקטרוסטטיקה.

3 גלים

3.1 מישוריים

- ללא מקורות, עם כיול קולון+לורנץ, $\Box\mathbf{A} = \partial^\mu\partial_\mu\mathbf{A} = \left(\frac{1}{c^2}\partial_{tt} - \Delta\right)\mathbf{A} = 0$
- עבור ארבע־וקטור־גל k, $\partial_\mu(k\cdot x) = \delta^\nu_\mu k_\nu = k'_\mu$.
- כאשר k הוא 4־וקטור דמוי אור, $e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}$ הוא פתרון של משוואת הגלים. נרשום: $k^\mu = (\omega/c, k_x, k_y, k_z)$, כאשר $\omega^2 = c^2\mathbf{k}^2$.
- במעבר מערכת לורנץ: $k'_0 = Ck_0 + Sk_1, k'_1 = -Sk_0 + Ck_1, k'_{2,3} = k_{2,3}$, או $\omega' = \gamma(\omega - vk_1)$, $k'_1 = \gamma\left(-\frac{v\omega}{c^2} + k_1\right)$, לכן, $\omega' = \gamma(1-\beta)\omega = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}\omega$, זהו אפקט דופלר.
- הרכבה של גלים: $A_\mu(x) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int\mathrm{d}^4k\,\delta(k\cdot k)\,\hat{A}_\mu(k)\,e^{ik\cdot x}$, כאשר ה־δ דואגת לכך שיתקבלו רק k כל קונוס האור. לאחר אינטגרציה על הזמן, $A_\mu(x) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int\frac{\mathrm{d}^3\mathbf{k}}{2|k_0|}\hat{A}_\mu(\pm k_0, \mathbf{k})\,e^{\pm i(|\mathbf{k}|t\mp\mathbf{k}\cdot x)}$
- כדי לקיים את כיול קולון, $\mathbf{k}\cdot\mathbf{A}(k) = 0 \iff \boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{A}(x) = 0$, לכן, $\mathbf{k}\perp\mathbf{E}$. מאחר ו־ $\mathbf{B}(x,t) = -i\int\mathrm{d}k\,(\mathbf{A}(k)\times\mathbf{k})\,e^{ik\cdot x}$, מתקבל גם $\mathbf{k}\perp\mathbf{B}$.
- ניתן לרשום $\mathbf{E}(z,t) = (E_1\hat{x} + E_2\hat{y})\,e^{i(kz-\omega t)}$ (לוקחים את החלש הממשי, E_1, E_2 מרוכבים), $E_j = |E_j|\,e^{i\phi_j}$.
- מטריצת צפיפות: $\boxed{\rho = \frac{1}{|E_1|^2 + |E_2|^2}\begin{pmatrix}|E_1|^2 & E_1E_2^\star \\ E_2E_1^\star & |E_2|^2\end{pmatrix}}$, אפשר לכתוב גם $\rho = \frac{1}{2}(1 + \mathbf{n}\cdot\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1+n_1 & n_2+in_3 \\ n_2-in_3 & 1-n_1\end{pmatrix}$, כאשר $\sigma_1 = \begin{pmatrix}1 & 0 \\ 0 & -1\end{pmatrix}$, $\sigma_2 = \begin{pmatrix}0 & 1 \\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $\sigma_3 = \begin{pmatrix}0 & i \\ -i & 0\end{pmatrix}$, תחת הבחירה הזו, קיטוב מעגלי $(E_1, E_2) = (1, i)$, נקבל $\hat{n} = (0,0,1)$. קיטוב לינארי בזווית θ, $(E_1, E_2) = (\hat{x}\cos\theta + \hat{y}\sin\theta)\cos\phi$ יהיה $\hat{n}(\cos 2\theta, \sin 2\theta, 0)$. עבור קיטוב אליפטי מתקיים $\frac{E_x^2}{\cos^2\theta} + \frac{E_y^2}{\sin^2\theta} = 1$. עבור אור לא מקוטב, $\hat{n} = 0$.
- $\boxed{n_j = \frac{1}{2}\mathrm{Tr}(\rho\sigma_j)}$ (נירמול?)

3.2 פונקציית גרין

- פונקציית גרין למשוואת הגלים, היא הפתרון של $\Box G_> = 4\pi\delta^{(4)}(x)$, נרצה לפתור כאשר $x^0 = t > 0$. נחפש פתרון מהצורה $G_> = \theta(t)f(s)$ כאשר $s = x_\mu x^\mu$. נרצה גם $f(s) = 0$ עבור $s < 0$. נחשב נגזרות: $\partial_\mu f(s) = (\partial_\mu x^\nu x_\nu)f'(s) = 2x_\mu f'(s)$, ו־ $\Box G_> = \theta(t)\Box f = \partial^\mu\partial_\mu f(s) = 2\partial^\mu(x_\mu f'(s)) = 2(\partial^\mu x_\mu)f'(s) + 4(x_\mu x^\mu)f''(s)$, כאשר $\partial^\mu x_\mu = \delta^\mu_\mu = 4$, ולכן, $\Box G_> = 4(sf)''$ מתאפס זהותית, ולכן, $(s\delta(s))'' = 0$. נגזור פעמיים, נחלק ב־s, ונקבל $f(s) = c_1 + \frac{c_2}{s}$, מאחר ו־f מתאפס עבור $s < 0$, $c_1 = c_2 = 0$, לכן, $G_>(x) = 2\theta(t)\delta(s)$. כדי למצוא את המקדם, בתוך קופסא, נחשב $\int_{Box}\Box G_> = \int_{Box}\delta^{(4)}(X) = 4\pi$. מצד שני, לפי משפט גאוס, אינטגרל על המעטפת נותן גם את אותה תוצאה. חישוב אחר יהיה $\int_{\partial Box}(\partial_\mu G_>)\,\mathrm{d}S^\mu = \int_{t=T}\mathrm{d}V\,\partial_0 G_> = \lambda\int_{t=T}\mathrm{d}V\,(2cT)\,\delta'(s)$, נטנגרל על כל המרחב עבור $0 < T = t$, ונקבל $\int_{t=T}\mathrm{d}V\,\delta'(s) = 4\pi\int_0^\infty\mathrm{d}r\,r^2\delta'\left(c^2T^2 - r^2\right) = 2\pi\int\mathrm{d}\left(r^2\right)r\delta\left(c^2T^2 - r^2\right) = 2\pi\int\mathrm{d}\rho\left(-\frac{\mathrm{d}(\sqrt{\rho})}{\mathrm{d}(-\rho)}\right)\delta\left(c^2T^2 - \rho\right) = \pi\int\mathrm{d}\rho\frac{\delta\left(c^2T^2 - \rho\right)}{\sqrt{\rho}} =$

$\frac{\pi}{cT}$, לכן $\lambda = 2$. לכן, פונקציית גרין המפגרת היא

$$\boxed{G_>(x) = 2\theta(t)\,\delta\left(t^2-r^2\right) = \theta(t)\frac{\delta(t-r)}{r}}.$$

- נשים לב ש־ $s = x\cdot x = (ct)^2 - \mathbf{r}\cdot\mathbf{r} = (ct-r)(Ct+r)$, לכן, $\delta(x\cdot x) = \frac{\delta(ct-r)}{ct+r} + \frac{\delta(ct+r)}{ct-r} = \frac{\delta(ct-r)}{2r} - \frac{\delta(ct+r)}{2r}$.

3.3 קרינה

- עבור התפלגות מטען שרירותית, $\rho(x) = \int\rho(y)\,\delta(x-y)\,\mathrm{d}^4y$.
- עבור מקור נקודתי זז, שמיקומו $\hat{z}(t)$, נפרמטר את קו העולם שלו כ־ $w = (ct, \mathbf{z}(t))$ או כזמן עצמי, $z = (ct(\tau), \mathbf{z}(\tau))$. צפיפות המטען תהיה $\rho(x) = \delta^{(3)}(\mathbf{x}-\mathbf{z}(t))$, לכן, $\phi(x) = 2\int\mathrm{d}^4y\,\delta^{(3)}\left(\mathbf{y}-\mathbf{z}\left(y^0\right)\right)\delta((x-y)(x-y))\,\theta\left(x^0-y^0\right) = 2\int\mathrm{d}y^0\delta(R\cdot R)\,\theta\left(x^0-y^0\right) = 2c\int\mathrm{d}\tau\,\gamma\delta(R\cdot R)\,\theta\left(x^0-y^0\right)$, כאשר $R = \left(x^0-y^0, \mathbf{x}-\mathbf{z}\right)$. באינטגרציה שנותרה, τ בוחר נקודה שבה $R\cdot R$, נשים לב ש־ $\int g(x)\,\delta(f(x))\,\mathrm{d}x = \frac{g(x_0)}{|f'(x_0)|}$. ו־ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}(R\cdot R) = 2R\cdot\dot{R} = -2cR\cdot u$, ולכן, $\phi(x) = \frac{\gamma}{R\cdot u}$ היא פתרון של $\Box\phi = 4\pi\delta(\mathbf{x}-\mathbf{z}(t))$
- עבור הפוטנציאל הוקטורי, זה אותו דבר אבר כמה פעמים: $\Box A_\mu = \frac{4\pi}{c}j_\nu$, כאשר $j_\mu(x) = e\delta^{(3)}(\mathbf{x}-\mathbf{z}(t))\,u_\mu = \frac{ec}{\gamma}\delta^{(3)}(\mathbf{x}-\mathbf{z}(t))\,u_\mu$ ולכן $\boxed{A_\nu = e\frac{u_v}{R\cdot u}}$, עבור $j_\mu(x) = e\delta^{(3)}(x-z(t))\,v_\mu$.
- מכאן, $\mathbf{A} = \frac{1}{c}\int\frac{\mathbf{j}(r', t_{ret})}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\mathrm{d}r'$.
- (מחושב מה מתי?)
- כדי לגזור את הפוטנציאל, נגזור לפי $\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} + \left(\frac{\partial\tau}{\partial x^\mu}\right)\frac{\partial}{\partial\tau}$. גוזרים את כל הביטויים ויוצא:

$$\boxed{F_{\mu\nu} = \frac{e}{c}\left(\frac{R_{[\mu}\dot{u}_{\nu]}}{(R\cdot u)^2} - \frac{R_{[\mu}u_{\nu]}}{(R\cdot u)^3}R\cdot\dot{u}\right) + e\frac{R_{[\mu}u_{\nu]}}{(R\cdot u)^3}}$$

3.4 קרינת דיפול

- החלק הקשה הוא לפתור את התנאי $R\cdot R = 0$, כאשר $R = x - z(t_r)$. פותרים אותה בכל מני מצבים פשוטים.
- כאשר חלקיק במנוחה רגעית, $u = (1,0,0,0)$, אז $R\cdot u = r$, לכן, $-B_k = F_{ij} = \frac{e}{c}\frac{R_{[i}\dot{u}_{j]}}{r^2} = \frac{e^2}{c^2}\frac{x_{[i}a_{j]}}{r^2} = -\frac{e}{c^2}\frac{(\mathbf{a}\times\mathbf{x})_k}{r^2}$. או, שדה מגנטי הוא $\boxed{\mathbf{B}(\mathbf{x},t) = \frac{e}{c^2}\frac{\mathbf{a}(t-r/c)\times\mathbf{x}}{r^2}}$. השדות החשמליים $E_j = F_{0j} = \frac{e}{cr^3}\left(rR_{[0}\dot{u}_{j]} - R_{[0}u_{j]}R\cdot\dot{u}\right) + \frac{e}{r^2}R_{[0}u_{j]} = \frac{e}{c^2r^3}\left(-(\mathbf{x}\cdot\mathbf{x})\,a_j + (\mathbf{x}\cdot\mathbf{a})\,\mathbf{x}_j\right) + \frac{e}{r^2}\mathbf{x}_j$, ולכן, $\mathbf{E} = \frac{e}{c^2r}(\hat{r}\times(\hat{r}\times\mathbf{a})) + \frac{e}{r^2}\hat{r}$.
- עבור **חלקיק שנע לאט**, $\mathbf{B} = \frac{e}{c^2}\frac{\mathbf{a}\times\mathbf{x}}{r^2}\left(1+O\left(\frac{v}{c}\right)\right)$, ו־ $\mathbf{E} = \left(\frac{e}{c^2r}(\hat{r}\times(\hat{r}\times\mathbf{a})) + \frac{e}{r^2}\hat{r}\right)\left(1+O\left(\frac{v}{c}\right)\right)$, $\boxed{t_r = t - \frac{r}{c} + \frac{\hat{r}\cdot\mathbf{z}\left(t-\frac{r}{c}\right)}{c}} + \left(O\left(\frac{v}{c}\right) + O\left(\frac{\ell}{r}\right)\right)$.

- חלקיק מאיץ לייד הראשית, $\mathbf{B}(x,t) = \frac{e}{c^2}\frac{\mathbf{a}(t_r)\times(\mathbf{x}-\mathbf{z})}{|x-z|^2}$, כאשר $t_r = t - \frac{|z-z(t_r)|}{c}$, אם המקור מוגבל לתחום $\ell \ll r$, אפשר לכתוב $\mathbf{B}(x,t) = \frac{e}{c^2}\frac{\mathbf{a}(t_r)\times\hat{r}}{r}$, נפשט: $|x-z|^2 = r^2 + z^2 - 2\mathbf{x}\cdot\mathbf{z} = r^2\left(1 - 2\frac{\mathbf{x}\cdot\mathbf{z}}{r^2} + O\left(\frac{\ell}{r}\right)^2\right)$, לכן, המשוואה המפורשת ל־ t_r היא $t_r = t - \frac{|x-z|}{c} = t - \frac{r}{c} + \frac{\hat{r}\cdot\mathbf{z}(t_r)}{c} + O\left(\frac{\ell^2}{r}\right)$ ו־ $t_r = O\left(\frac{\ell}{c}\right)$,
- אנטנה קטנה: $\omega\delta t = O\left(\frac{\omega\ell}{c}\right) = O\left(\frac{\ell}{\lambda}\right) \ll 1$, עבור אנטנה כזו, $t_r = t - \frac{r}{c}$.
- אנטנה גדולה: $t_r = t - \frac{r}{c} + \frac{\hat{r}\cdot\mathbf{z}(t_r)}{c}$ ו־ $\mathbf{z}(t_r) = \mathbf{z}\left(t-\frac{r}{c}\right) + \dot{z}\left(t-\frac{r}{c}\right)\left(t_r - t + \frac{r}{c}\right) + \dots$ ו־ $\omega\delta t = O\left(\omega\frac{v\ell}{c^2}\right) = O\left(\frac{\omega\ell}{c}\frac{v}{c}\right) = O\left(\frac{\ell v}{\lambda c}\right) \ll 1$, ולכן, ניתן לכתוב ש־ $\lambda \gg \ell\frac{v}{c}$.
- הספק קרינה: $\boxed{P = c\frac{\mathbf{E}\times\mathbf{B}}{4\pi} = c\frac{E^2}{4\pi} = \frac{e^2a^2(t-r/c)}{4\pi c^3}\frac{\sin^2\phi}{r^2}}$. כלל ההספק דרך ספרה נתון על ידי $R_T = 2\pi r^2\int\mathrm{d}\phi\sin\phi P(\phi) = \frac{2}{3}\frac{e^2a^2(t-r/c)}{c^3}$. הכולל הוא $\boxed{I = \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}a^2}$
- עבור אוסצילטור הרמוני, $\mathbf{a}(t) = \mathbf{a}e^{i\omega t}$, ועבור $\omega\ell/c \ll 1$, נקבל ש־ $\mathbf{B} = \left(\frac{e\mathbf{a}\times\hat{r}}{c^2}\right)\frac{e^{i(\omega t-kr)}}{r}$, $k = \frac{\omega}{c}$.
- עבור התפלגות מטענים, $\mathbf{d} = \sum e_i\mathbf{x}_i$, הם יוצרים שדה חשמלי ומגנט, $\mathbf{B} = \frac{1}{c^2R}\ddot{\mathbf{d}}\times\hat{n}$, $\mathbf{E} = \frac{1}{c^2R}\left(\ddot{\mathbf{d}}\times\hat{n}\right)\times\hat{n}$ אז $\mathrm{d}I = \frac{1}{4\pi c^2}\left(\ddot{\mathbf{d}}\times\hat{n}\right)^2\mathrm{d}\theta$, כאשר θ הזווית בין $\mathbf{d}$ ו־ $\hat{n}$ ו־ $I = \frac{2}{3c^3}\ddot{d}^2$
- וקטור פוינטינג: $\mathbf{S} = \frac{1}{4\pi}\mathbf{E}\times\mathbf{B}$.

3.5 הכח של אברהם־לורנץ

- חלקיק נע במעגל פולט קרינה בהספר $P = \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}a^2 = -F_r\cdot v$, כאשר F_r הוא הכח שמפעילה הקרינה. $F_r = \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\dot{\mathbf{a}}$.

להערות: ronen@tx.tehcnion.ac.il, גרסאות עדכניות, אם יש, ב־ http://www.technion.ac.il/~ronen.

06/02/2010