קומבינטוריקה

אורי גורן

קומבינטוריקה

מאת אורי גורן

סימונים קבועים שחוזרים במהלך המאמר
מספר כולל: n
מספר נבחר מתוך מספר כולל: k
תת קבוצות: n1,n2,n3….ni

פעולת העצרת:
סימון: $n!$
נוסחא: $1*2*3*…*(n-1)*n$
עבור $n=0$, $0!=1$

קשרים קומבינטוריים:

1. **מערכת "וגם"**, כאשר שני התנאים מתבצעים בו זמנית

ביטוי מתמטי: כפל

דוגמא: חיים הגבר תמיד יוצא מהבית לבוש בשרשר וגורמט, לחיים יש 3 גורמטים ו5 שרשרים, כמה אפשרויות לבוש יש לחיים הגבר ?

תשובה: $3*5=15$

הסבר: לכל גורמט מתאימים חמישה שרשרים (או להיפך)
ומכיוון שיש שלושה גורמטים, והקשר ביניהם לבין השרשרים הוא "וגם", אז יש כפל ביניהם.

2. **מערכת "או"**, כאשר שני התנאים לא חופפים

ביטוי מתמטי: חיבור

דוגמא: ולאדיק הקטן יוצא תמיד מהבית עם עדשות מגע או משקפיים, לולאדיק יש זוג משקפיים אפורים, זוג משקפיים ורודים וזוג עדשות מגע אחד.
אם הוא מרכיב משקפיים אז הוא נועל זוג מגפיים מתוך ה4 שברשותו.
אם הוא מרכיב עדשות מגע, אז הוא לובש קולר ניטים אחד מתוך ה3 שברשותו.
בכל אופן, תמיד לובש ולאדיק הקטן חולצת מטאל, מתוך ה5 שברשותו.
כמה אפשרויות לבוש יש לולאדיק הקטן ?

תשובה: $5*(2*4+3)$

הסבר: ולאדיק תמיד יוצא מביתו עם חולצת מטאל, יש לו חמש אפשרויות בחירה לבחור מתוכן.
אם הוא בוחר באחד מזוגות המשקפיים שלו, יש לו ארבע אפשרויות למגפיים. $(2*4)$
אם הוא בוחר בעדשות מגע, יש לו 3 אפשרויות לבחור קולר ניטים.
הקשר בין המשקפיים לעדשות הוא "או", לכן יש חיבור
בעוד הקשר בין חולצת המטאל לשאר הלבוש הוא "וגם" לכן יש כפל

נוסחאות:

1.תמורות

א. כל האיברים שונים, בטור

סימון: Pn

נוסחא: $P_n = n!$

מטרה: סידור בטור

דוגמא: עשרה ילדים רוצים לשבת על עשרה כסאות בקולנוע בסרט למבוגרים בלבד, כמה אפשרויות יש לסדר אותם

תשובה: !10

הסבר: לילד הראשון יש עשרה כסאות לבחור מתוכם, לילד השני יש כבר תשעה, כי כסא אחד תפוס
לשלישי יש שמונה כסאות לבחור וכן הלאה, עד שלילד העשירי אין אפשרות בחירה כלל.
לכן התוצאה יוצאת: 1*2*3*4*5*6*7*8*9*10

ב. כל האיברים שונים, במעגל

סימון: (אותו סימון) Pn

נוסחא: $P_n = (n-1)!$

מטרה: סידור במעגל

דוגמא: ארבעה ילדים מחזיקים ידיים סביב שולחן עגול בנסיון לחקות את הקליפ של מייקל ג'קסון, כמה אפשרויות יש לסדר אותם

תשובה: 3!=6

הסבר: אילו נסדר את הילדים בשורה יהיו לנו !4 אפשרויות, אבל מכיוון שבמעגל אפשר להסתכל על כל ילד במעגל כראשון בטור, יש לנו בעצם פי ארבע אפשרויות, לכן אנחנו מחלקים ב4 ומקבלים תשובה.

ג. תמורות כאשר לא כל האיברים שונים

סימון: Pn(n1,n2,n3….,ni)

נוסחא: $P_n(n_1, n_2, n_3) = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot n_3!}$

מטרה: אפשרויות סידור כאשר חלק מהאיברים זהים ולא ניתן להבדיל ביינהם.

דוגמא: כמה אפשרויות יש לסדר שני כדורי ציאניד שחורים זהים, כדור אקסטזי ירוק ושלושה כדורי מורפיום אדומים זהים בשורה ?

תשובה: (!3*!2)/!6

הסבר: מספר האפשרויות הכולל לסדר את כל הכדורים בטור הוא !6, אבל אם נסדר את שלושת הכדורים האדומים הזהים אחד ליד השני, זה יהיה אותו סידור – לכן מחלקים במספר הפעמים שאפשר לסדר את שלושתם בטור (!3) כך גם לגבי שני הכדורים השחורים (!2) ומגיעים לתשובה.

2. חלופות (אלטרנטיבות)

דמיינו שק ממנו בוחרים פריטים ורושמים את הסדר שלהם, אפשר להחזיר לשק או לא להחזיר לשק.
אם מותר להחזיר לשק, אז אפשר לבחור באותה אופציה פעמים רבות.

א. בלי החזרה

סימון: A(k,n)

נוסחא: $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$

מטרה: מספר האפשרויות לבחור k מתוך n עם חשיבות לסדר

דוגמא: במשחק הימורים מיוחד, מוגרל צופן מיוחד בן שלוש ספרות והמהמרים צריכים לנחש אותו
כל ספרה בצופן יכולה להופיע רק פעם אחת, מתוך עשר ספרות אפשריות, כמה צפנים כאלה יש ?

תשובה: 10!/7!
הסבר: יש למעשה עשר אפשרויות לספרה הראשונה, לשניה יש תשע אפשרויות ולשלישית שמונה
לכן התשובה היא 10*9*8

ב. עם החזרה

סימון: W(k,n)

נוסחא: $W_n^k = n^k$

מטרה: מספר האפשרויות לבחור k מתוך n עם אפשרות בחירה חוזרת

דוגמא: הקוד של מזוודה מכיל מספר בין 111 ל999, כמה אפשרויות יש לקוד שכזה ?
הקוד של המזוודה מורכב מ9 ספרות (1-9)

תשובה: 9^3=729

הסבר: יש 9 ספרות שמתאימות להיות הספרה הראשונה בצופן, כמו כן יש גם 9 שמתאימות לשניה וגם 9 לשלישית (אין הגבלה).
לכן התשובה היא 9*9*9

3. צירופים

א. צירוף מסוים

סימון: C(k,n)

נוסחא: $C_n^k = \dfrac{n!}{k!\cdot(n-k)!}$

מטרה: חישוב מספר האפשרויות השונות לבחירת k מתוך n ללא חשיבות לסידור.

דוגמא: כמה אפשרויות לבחור משלחת של 5 אנשים מתוך 7 מועמדים ?

תשובה: 7!/(2!*5!)

הסבר: יש למעשה 7!/2! אפשרויות לחלופות של 5 אנשים מתוך 7.
ויש 5! אפשרויות לסדר אנשים בשורה.
לכן כדי להפטר ממשמעות הסדר בביטוי החלופות, נחלק באפשרויות הסידור ונקבל:7!/(2!*5!)

ב. צירוף כולל

סימון: Ct(n)

נוסחא: $C_n^{total} = \sum_0^n C_n^i = 2^n$

מטרה: למצוא את כלל הצירופים האפשריים, של כל הכמויות האפשרויות.

הסבר:

למי שלא מכיר את סימן הסיגמא, להלן הבהרה:

$$\sum_0^n C_n^i = C_n^0 + C_n^1 + ... + C_n^{n-1} + C_n^n$$

על פי הבינום של ניוטון:

$(a+b)^n = \sum_0^n C_n^i a^i b^{n-i}$, לדוגמא עבור n=3

$$(a+b)^3 = C_3^0 \cdot a^3 \cdot b^0 + C_3^1 \cdot a^2 \cdot b^1 + C_3^2 \cdot a^1 \cdot b^2 + C_3^3 \cdot a^0 \cdot b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

כאשר נציב a=b=1

$$\underline{2^n = \sum_0^n C_n^i}$$

דוגמא: כמה משקלים שונים אפשר לסדר על מוט, על ידי 5 זוגות משקולות שונות. (משקל המוט אינו זניח)

תשובה: 2^5=32

מי שספקטי מוזמן לחבר ולראות בעצמו:

$$C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = 1+5+10+10+5+1 = 32$$

לתשומת לבך: הביטוי Ct, מכיל בתוכו את בחירת 0 מתוך n ואת בחירת n מתוך n, זאת אומרת, בחירה של הכל, ובחירה של כלום נכללים בנוסחא.

דגשים:

1. חיסור (קשר עקיף)

לעיתים יותר קל לנו לחשב את המקרים האסורים, מאשר את המקרים המותרים.
לשם כך, נחשב את כלל המקריים האפשריים ונחסר את המקרים האסורים.

<u>לדוגמא:</u>

יש חמישה ילדים ושלושה מבוגרים, צריך להרכיב משלחת של ארבעה אנשים.
בכל הרכב של משלחת חייב להיות מבוגר אחד לפחות, כמה אפשרויות יש להרכיב משלחת זו ?

<u>הסבר:</u>

סך כל האפשרויות: צירוף של 4 אנשים למשלחת מתוך 8 אפשריים (ילדים ומבוגרים)
האפשרויות האסורות: צירוף של 4 ילדים מתוך 5 אפשריים.
לכן התשובה תהיה: $8!/(4!*4!)-5!/(4!*1!)$

2. חילוק (ביטול משמעות סדר)

חילוק מתבצע בקומבינטוריקה *רק* כדי להפטר ממשמעות הסדר, ו*רק* בצירופים

<u>לדוגמא:</u>

קיימים 4 מנהלי עבודה, וקיימים 20 פועלים, כמה אפשרויות יש לסדר 4 קבוצות עבודה שבכל קבוצה 5 פועלים ומנהל אחד.

<u>הסבר:</u>

מספר האפשרויות לבחור מנהל לקבוצה הראשונה הוא 4, לקבוצה השניה 3, כי אחד כבר נבחר, לשלישית 2 ולרביעית אין בחירה, רק 1.
מספר האפשרויות לבחור פועלים לקבוצה הראשונה הוא צירוף של 5 מתוך 20,
מספר האפשרויות לבחור פועלים לקבוצה השניה הוא צירוף של 5 מתוך 15, כי 5 כבר נבחרו
מספר האפשרויות לקבוצה השלישית הוא 5 מתוך 10 ולרביעית אין בחירה צירוף של 5 מתוך 5.
אבל !!!, חשוב לשים לב
לא מוגדר מה היא הקבוצה הראשונה, מה היא השניה וכן הלאה.
אני יכול להתאים את הפועלים שנבחרו לקבוצה הראשונה למנהל שנבחר לקבוצה השניה, או לקבוצה השלשית או הרביעית, לא בהכרח לראשונה.
לכן למעשה יש אפשרות סידור שלהם.
כדי להמנע מהסידור ולקבל רק את מספר הצירופים, נחלק את כל הביטוי ב4!, שזה מספר האפשרויות לסדר בטור ארבע קבוצות
התשובה תהיה:
$(C(1,4)*C(5,20)+C(1,3)*C(5,15)+C(1,2)*C(5,10)+C(1,1)*C(5,5))/(4!)$

שיטת עבודה

החלטתי להמחיש את שיטת העבודה דרך מספר דוגמאות כדי לעזור לך להפנים אותה.

שאלה לדוגמא #1:

במקהלת זמר נמצאים 5 בנים ו6 בנות.
סידור המקהלה על הבמה נעשה כך שכל בן עומד סמוך לשתי בנות משני צידיו.
כמה אפשרויות יש לסדר את המקהלה ?

פתרון:

1. תיאור השאלה כשרטוט (סכמה)

המצב שבו המקהלה עומדת עונה על הסכמה הבאה:
FMFMFMFMFMF
כאשר F- מייצג בת ו-M- מייצג בן

הערה: לעיתים יש יותר משרטוט אחד שעונה על התנאים

2. חלוקה לתתי קבוצות (עבור כל שרטוט אפשרי)

במקרה זה, יש רק שרטוט אחד שמתאר את המצב
למעשה אפשר להגיד שיש פה שני טורים
טור #1: שש בנות, כביטוי מתמטי !6
טור #2: חמישה בנים, כביטוי מתמטי !5

3. איחוד קבוצות על ידי קשרים קומבינטוריים

שני הטורים הם תחת ההגדרה של אותו מקרה, אותו סידור.
לכן, הקשר הוא "וגם" והפעולה בין שני הטורים תהיה כפל
תשובה סופית: !6*!5

שאלה לדוגמא #2:

סביב שולחן עגול הושיבו לוחמים מכל מיני חבלי ארץ
ארבעה אבירים, שלושה ויקינגים, שתי נינג'ות ואת המלך לואי
כמה אפשרויות יש לסדר את היושבים במעגל אם כל האנשים מאותו איזור, רוצים לשבת אחד ליד השני ?

פתרון:

1. תיאור השאלה כשרטוט (סכמה)

במצב הכללי: כל האבירים ביחד (K) כל הויקינגים ביחד (V) שתי הנינג'ות ביחד (N)
KKKKVVVNNL
כמובן שניתן לבלבל את סדר הישיבה של הקבוצות

2. חלוקה לתתי קבוצות (עבור כל שרטוט אפשרי)

תת קבוצה #1: אבירים, סידור פנימי בטור : !4
תת קבוצה #2: ויקינגים, סידור פנימי בטור: !3
תת קבוצה #3: נינג'ות, סידור פנימי בטור: !2
קבוצה כוללת: סידור במעגל של שלושת הקבוצות + לואי: !(4-1)

3. איחוד קבוצות על ידי קשרים קומבינטוריים

מכיוון שכל הקבוצות צריכות לשבת מכווצות בו זמנית הקשר הוא קשר "וגם"
לכן, הפעולה היא כפל.
תשובה סופית: !3*!4*!3*!2

<u>שאלה לדוגמא #3:</u>

במסיבת טראנסים פצצות לגבות שחבל על זמן,השתכר יוסי השמן והתעלף
כדי להביא את יוסי השמן לביתו צריך שמישהו יסחוב אותו ושמישהו ינקה אחריו.
כדי לסחוב את יוסי צריך שני גברים או שלוש נשים
כדי לנקות אחריו צריך אשה אחת או שני גברים
בהנחה שהיו במסיבה ארבע נשים ושלושה גברים, כמה צוותים אפשר לבחור שיסחבו את יוסי השמן הביתה ?

<u>פתרון</u>

<u>1.תיאור השאלה כשרטוט(סכמה)</u>
שרטוט צוות #1:
MM-F
שרטוט צוות #2:
FFF-MM
שרטוט צוות #3:
FFF-F
<u>2. חלוקה לתתי קבוצות (עבור כל שרטוט אפשרי)</u>
עבור שרטוט #1:
קבוצה 1: צירוף של 2 גברים מתוך 3, קבוצה 2: וצירוף של אשה מתוך 4
עבור שרטוט #2:
קבוצה 1: צירוף של 3 נשים מתוך 4, קבוצה 2: וצירוף של 2 גברים מתוך 3
עבור שרטוט #3:
צירוף של 4 בנות מתוך 4 – זאת אומרת 1
<u>3. איחוד קבוצות עם קשרים קומבינטוריים</u>
שרטוט #1: קשר "וגם" – קורה באותו מקרה – פעולת כפל
שרטוט #2: קשר "וגם" – קורה באותו מקרה – פעולת כפל
שרטוט #3: אין קבוצות, כל הבנות נבחרו
בין כל השרטוטים יש קשר "או" – הם מתארים מקרים שונים
לכן התשובה הסופית תהיה:
תשובה סופית: c(2,3)*c(1,4)+C(3,4)*C(2,3)+C(4,4)

<u>שאלה לדוגמא #4:</u>

השאלה לקוחה מבגרות 2003 קיץ מועד א, שאלה 4, סעיף ג
מצא נוסחא לכמה מספרים n ספרתיים אפשר להרכיב מהספרות 1 ו2 כך שהספרה 2 תמיד תופיע במספר פעם אחת לפחות

<u>פתרון:</u>

1. <u>שרטוט</u>
למעשה המקרה היחיד שלא מקיים את המצב הזה הוא
111111 (n פעמים)
2. <u>הפרדה לתת קבוצות</u>
קבוצה אסורה: רק 111111 (n פעמים)
קבוצה כוללת: חלופות עם החזרה של n מתוך 2
3. <u>קשרים קומבינטוריים בין הקבוצות</u>
אין קשר ישיר בין הקבוצות (קשר עקיף = חיסור)
אנחנו נשתמש בחיסור המקרים האסורים מכלל המקרים כדי להגיע לתשובה
<u>תשובה קומבינטורית: W(n,2)-1</u>
אך מכיוון שביקשו נוסחא: 2^n - 1

סיכום:

פעולה	**מקרה**	**שימוש**
כפל	כאשר הארועים חופפים זה לזה ומתרחשים באותו מקרה.	ביטוי מתמטי למערכת "וגם"
חיבור	כאשר הארועים לא חופפים זה לזה אך מגשימים את המטרה הרצויה	ביטוי מתמטי למערכת "או"
חיסור	כאשר יותר קל לנו לחשב את המקרים האסורים, מאשר המקרים המותרים	מחשבים את כלל המקרים ומחסרים את המקרים האסורים (קשר עקיף)
חילוק	*רק בחישוב צירופים* כאשר מחשבים צירופים שנותנים קבוצות שונות.	מחלקים את התוצאה במספר האפשרויות לסדר בטור את הקבוצות השונות.

סימן	**נוסחא**	**מטרה**
Pn	בטור: Pn=n! במעגל: Pn=(n-1)!	חישוב מספר תמורות בטור\מעגל כשכל האיברים שונים.
Pn(n1,n2,n3…,ni)	$P_n(n_1,n_2,n_3)=\frac{n!}{n_1!\cdot n_2!\cdot n_3!}$	חישוב מספר תמורות כשלא כל האיברים שונים. וקיימות קבוצות של איברים זהים.
A(k,n)	$A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$	חישוב בחירה של k מתוך n כאשר יש חשיבות לסדר.
C(k,n)	$C_n^k=\frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}$	חישוב בחירה של k מתוך n כאשר אין חשיבות לסדר.
W(k,n) **לא מופיע בנוסחאון הבגרות*	$W_n^k=n^k$	חישוב בחירה חוזרת של k מתוך n – כאשר איבר שנבחר עשוי להבחר שוב לתפקיד שונה.
Ct(n) **לא מופיע בנוסחאון הבגרות* **** נובע מהבינום של ניוטון**	$C_n^{total}=\sum_0^n C_n^i=2^n$	חישוב סכום כל הצירופים החל מ0 ועד n מתוך n

טיפ נוסף ☺

כדי להקל על החישובים המפרכים של קומבינטוריקה, והנוסחאות המסובכות.
הומצאו תוכנות שהופכות ביטויים קומבינטוריים לערכים מספריים.
כגון תוכנת **קומבינטור (Combinator)**.
תוכנת קומבינטור היא תוכנה חינמית והיא מצורפת למאמר זה ככלי עזר.

כדי שתוכל\י להתנסות בה, נסה\י להמיר את הביטויים הקומבינטוריים של התשובות של הדוגמאות למספרים בעזרתה.

נספח #1: זהויות קומבינטוריות

זהויות קומבינטוריות הן לא חלק הכרחי לבגרות, הוא צורך למאמר זה כהעשרה.
ובהחלט ייתכן שהזהויות שיובאו בפניך ייראו כמבונות מאליו.
כל הזהויות שיובאו בפניך נועדו לחסוך חישובים בלבד, אין כל משמעות מעבר לזה.

זהות #1:

C(k,n)=C(n-k,n)

הסבר אלגברי:
על פי נוסחאת הצירוף n!/[k!*(n-k)!]=n!/[(n-k)!*k!]
הסבר קומבינטורי:
כאשר אני בוחרים k מתוך n איברים למטרה מסוימת, זה כאילו בחרנו n-k איברים לא לעשות כלום.
דוגמא: אם אני בוחר שני אנשים מתוך שלושה לנקות את השירותים, זה כאילו אני בוחר לאיזה איש לתת פרס ולא להטיל עליו את המשימה לנקות את השירותים.

זהות #2:

C(n,n)=C(0,n)=1

נובע מהזהות הקודמת, טרחתי לרשום זאת בנפרד כדי להדגיש ש0 זו בחירה.

הסבר אלגברי:
מהגדרת העצרת, 0!=1
ומההסבר האלגברי של הזהות הראשונה.
הסבר קומבינטורי:
כאשר בוחרים n מתוך n יש רק אפשרות אחת לבחור: הכל
כך גם כשבוחרים 0 מתוך n, יש רק אפשרות בחירה אחת: כלום
בהתאם לזהות הראשונה, בחירת כל האיברים, זה כמו בחירת 0 איברים "להתבטל".
ולמרות שהדבר נראה אבסורדי: יש אפשרות 1 לבחור 0 אנשים.
דגש: לרוב, כשמבקשים לחשב את כל הצירופים כדי האפשריים לבצע מטרה מסוימת, כאשר מספר האיברים הנדרש אינו נתון (Ct).
מבקשים להתעלם מהבחירה של 0 מתוך n (מכיוון שזו בעצם בחירה לא לעשות כלום)
לרוב משתמשים בביטוי Ct(n)-1 כדי לתאר זאת.

זהות #3:

A(1,n)=C(1,n)=C(n-1,n)=n

הסבר אלגברי:
n!/(n-1)!=n מהגדרת העצרת.
ומכיוון ש1!=1, אין הבדל בין חלופה של 1 לבין צירוף של 1.
הסבר קומבינטורי:
כאשר אנו בוחרים איבר אחד, אי אפשר לסדר אותו – לכן חלופה של 1 שווה לצירוף של 1.
יש n אפשרויות לבחור 1 מn בין אם אנחנו בוחרים אותו למטרה מסוימת או אם בוחרים אותו לא להשתתף במטרה מסוימת (זאת אומרת בוחרים את כל האחרים).
נובע מהזהות הראשונה.

זהות #4:

A(k,n)=(n-k+1)(n-k+2)*(n-k+3)*…*(n-1)*n*

למעשה, הביטוי אינו זהות – אלא הגדרת החלופה בצורה לא מצומצמת.
לעיתים יותר קל להשתמש בה מאשר בנוסחא.
הסבר אלגברי:
על פי הגדרת העצרת: n!=1*2*3*…*(n-1)*n
n!/(n-k)!=(n-k+1)*(n-k+2)*…*(n-1)*n
הביטוי המשותף (n-k)! מצטמצם.
הסבר קומבינטורי: אין, הנוסחא עם העצרת באה להחליף את המכפלה הארוכה.
יותר קל להביע מכפלה של מספרים עוקבים עם עצרת ומנות של עצרת.

<u>נספח #2:</u> שאלות לתרגול

רמת בגרות:

<u>1. שנת 2004 מועד חורף</u>

נתונות שתי קבוצות של ספרות, A וB

A: 1,2,3 B: 4,5,6,7

מצא בכמה אופנים אפשר ליצור מספרות אלה מספר שיהיו בו 7 ספרות שונות במקרה ו

א. הספרות של קבוצה א יהיו סמוכות זו לזו וגם הספרות של קבוצה ב יהיו סמוכות זו לזו

ב. הספרות של קבוצה B יהיו סמוכות זו לזו והמספר יתחלק ב5

<u>2. שנת 2000 מועד חורף</u>

א.1. בכמה מספרים בעלי 3 ספרות הספרה 0 לא מופיעה כלל

א.2. בכמה מספרים בעלי 3 ספרות הספרה 0 מופיעה לפחות פעם אחת

ב. הבע באמצעות n בכמה מספרים n ספרתיים מופיעה הספרה 0 לפחות פעם אחת

<u>3.שנת 1997 מועד קיץ</u>

בבית ספר מסוים יש עשר כיתות, במועצת התלמידים יש שני נציגים מכל כיתה.

א. מבין חברי מועצת התלמידים יש לבחור ועדת משנה המונה 10 תלמידים – נציג מכל כיתה, כמה ועדות כאלו אפשר לבחור.

ב. מבין חברי מועצת התלמידים יש לבחור 5 חברים, שלא יהיו בה שני נציגים מאותה כיתה, כמה ועדות מיוחדות כאלו ניתן לבחור.

רמת אתגר:

1. בכיתה א3 הוכרז על תחרות קישוט, במהלך התחרות מחולקת הכיתה ל4 קבוצות וכל קבוצה עובדת על קישוט משלה לכיתה, כל קבוצה יכולה למנות 9 עד 11 תלמידים, א. כמה אפשרויות יש לסדר קבוצות קישוט אם בכיתה א3 לומדים 40 תלמידים.

   ב. ביום האחרון של התחרות יושבות כל הקבוצות במעגל ומציגות את הקישוטים שלהן. חברי כל קבוצה יושבים זה לצד זה והמורה יכולה היכן שהיא רוצה, בין אם זה בין שני סידורי קבוצות ובין אם זה בתוך סידור קבוצה מסוימת. כמה אפשרויות יש להושיב את תלמידי א3 והמורה במעגל ?

2. מספר מגניב הוא מספר בן ארבע ספרות שספרותיו מקיימות רצף של מספרים עוקבים או רצף מסובב של מספרים עוקבים.

דוגמאות:

מספר מגניב 2345, מספר מגניב מסובב: 3452, מספר מגניב מסובב פעמיים: 4523, מספר מגניב מסובב שלוש פעמים: 5234

א. כמה מספרים מגניבים אפשר להרכיב ?

ב. מספר מגניב למחצה הוא מספר חמש ספרתי המורכב ממספר מגניב ומספרה שלא משלימה את הרצף לשום כיוון ויחד עם זאת לא נמצאת כבר במספר,

דוגמאות,

עבור המספר המגניב 2345, המספרים המגניבים למחצה הם:

23457,23458,23459,23450

או כמובן:

72345,82345,92345

הערה:

המספר 57234 אינו מגניב למחצה של המספר המגניב 2345 (מגניב למחצה לא מסתובב)

כמה מספרים מגניבים למחצה אפשר להרכיב ?

3. בעולם מקביל קיימים 8 צבעי יסוד, ניתן להרכיב צבע חדש על ידי ערבוב של צבעי יסוד בכמויות שונות, הכמויות האפשריות הן כפולות של 12.5 אחוזים.

דוגמא לצבע: 50% צבע 2, 25% צבע 1, 12.5% צבע 4 ו12.5% צבע 8.

כמה צבעים שונים קיימים בעולם המקביל (צבעים מורכבים וצבעי יסוד)?